

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

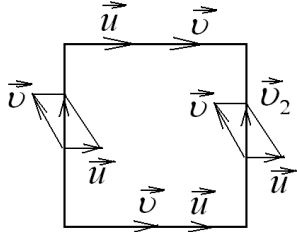
Тульский государственный университет

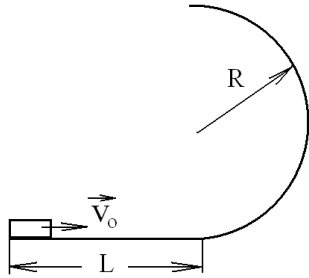
Олимпиада школьников по физике  
«Наследники Левши»



Заключительный этап  
2012-2013 учебного года  
**9 класс**

Тула

1	<p>Лодка движется в реке по траектории, представляющей собой квадрат со стороной <math>a = 20</math> м. Две стороны квадрата параллельны берегам реки. Скорость лодки относительно воды <math>v = 2,5</math> м/с. Скорость течения реки <math>u = 1,5</math> м/с. Какое время потребуется лодке для преодоления всего пути?  <b>ВСЕГО: 15 баллов</b></p>	баллы
	 <p>Время движения <math>t = \frac{a}{v_1} + \frac{a}{v_2} + \frac{a}{v_3} + \frac{a}{v_4}</math>.</p> <p>При движении лодки по течению скорость лодки будет равна <math>v_1 = v + u</math>, против течения <math>v_3 = v - u</math>.</p>	5
	<p>При движении перпендикулярно берегам <math>v_2 = v_4 = \sqrt{v^2 - u^2}</math>.</p>	5
	<p>Тогда <math>t = \frac{20}{2,5+1,5} + \frac{20}{\sqrt{6,25-2,25}} \cdot 2 + \frac{20}{2,5-1,5} = 5 + 10 \cdot 2 + 20 = 45</math> с</p>	5

2	 <p>На краю желоба, размеры которого указаны на рисунке, лежит небольшая шайба. Изогнутая часть желоба гладкая и расположена в вертикальной плоскости. На горизонтальной части коэффициент трения равен <math>\mu = 0,2</math>. Какой должна быть начальная скорость шайбы, чтобы она после резкого удара, описав полуокружность, упала в исходную точку? <math>L = 0,5</math> м, <math>R = 0,2</math> м.  <b>ВСЕГО: 25 баллов</b></p>	
	<p>На пути <math>L</math> сила трения совершает работу <math>A = F_{тр} L = mg \mu L</math>.</p> <p>Из закона изменения механической энергии можно записать</p> $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mg2R + mg \mu L; \quad v_0 = \sqrt{v^2 + 4gR + 2g \mu L}. \quad (1)$	10
	<p>В верхней точки траектории скорость будет направлена горизонтально, тогда</p> $L = vt; \quad 2R = \frac{gt^2}{2}. \text{ Отсюда } t = \sqrt{\frac{4R}{g}}, \text{ скорость в верхней точке } v = \frac{L}{t} = L\sqrt{\frac{g}{4R}}.$ <p>Подставляя в (1), получим начальную скорость <math>v_0 = \sqrt{\frac{gL^2}{4R} + 4gR + 2g \mu L}</math></p>	10
	$v_0 = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,25}{4 \cdot 0,2} + 4 \cdot 10 \cdot 0,1 + 2 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 0,5} = 3,62 \text{ м/с}$	5

3	<p>При отрицательной калорической диете используется вода при температуре <math>t_0 = 0^\circ C</math>. Когда человек выпивает эту воду, организм выделяет энергию, чтобы нагреть ее до температуры человеческого тела <math>t_1 = 37^\circ C</math>. Человеку надо компенсировать поступление с пищей <math>100 \text{ ккал}</math> (<math>1 \text{ ккал}</math> эквивалентна <math>4,2 \text{ Дж}</math>). Если в наличии есть вода комнатной температуры <math>t_2 = 20^\circ C</math> и кусочки тающего льда, то какую массу воды <math>m_1</math> и льда <math>m_2</math> надо взять, чтобы получить необходимое количество ледяной воды? Удельная теплота плавления льда <math>\lambda = 330 \text{ кДж/кг}</math>, удельная теплоемкость воды <math>c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}</math>, плотность воды <math>\rho = 1000 \text{ кг/м}^3</math></p> <p><b>ВСЕГО: 20 баллов</b></p>	баллы
	<p>Массу воды, которую необходимо выпить найдем из условия</p> $Q = cm(t_1 - t_0) \rightarrow m = \frac{Q}{c(t_1 - t_0)} = \frac{100 \cdot 4,2 \cdot 10^3}{4200 \cdot 37} = 2,7 \text{ кг}$	5
	<p>Для смеси воды и льда <math>\lambda m_2 + (m - m_2)c(t_1 - t_2) = 0</math>.</p>	10
	<p>Решая последнее уравнение, получаем, что масса льда <math>m_2 = 0,548 \text{ кг}</math>, масса воды <math>m_1 = 2,152 \text{ кг}</math></p>	5
4	<p>Из куска проволоки сопротивлением <math>R = 10 \text{ Ом}</math> сделали кольцо. Где следует присоединить провода, подводящие ток, чтобы сопротивление равнялось <math>r = 1 \text{ Ом}</math>? (Найти отношение <math>l_2 / l_1</math>).</p> <p><b>ВСЕГО: 25 баллов</b></p>	
	<p>Представим проволоку состоящей из двух отрезков с сопротивлениями <math>R_1</math> и <math>R_2</math>. Общее сопротивление <math>R = R_1 + R_2</math> (1) Если присоединить провода, подводящие ток, то эти сопротивления окажутся соединены параллельно и сопротивление станет <math>r = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 R_2}{R}</math>. (2) Тогда <math>rR = R_1 R_2</math>; <math>rR = (R - R_2) R_2</math>; (3)</p>	10
	<p>Получаем квадратное уравнение <math>R_2^2 - RR_2 + rR = 0</math> и находим</p> $R_2 = \frac{R}{2} + \sqrt{\frac{R^2}{4} - rR}; \quad R_2 = \frac{R}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4r}{R}} \right).$ <p>Аналогично получаем <math>R_1 = \frac{R}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4r}{R}} \right)</math></p>	10
	<p>Отношение сопротивлений равно отношению длин этих отрезков</p> $\frac{l_2}{l_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{R}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4r}{R}} \right)}{\frac{R}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4r}{R}} \right)}; \quad \frac{l_2}{l_1} = \frac{\left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4r}{R}} \right)}{\left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4r}{R}} \right)} = \frac{1 + \sqrt{1 - 0,4}}{1 - \sqrt{1 - 0,4}} = 8.$	5

5	<p>Через легкий блок, прикрепленный к потолку спортивного зала, перекинута легкая веревка, по свешивающимся концам которой поднимаются два гимнаста. Первый гимнаст массой <math>m_1 = 63</math> кг приближается к потолку с постоянной скоростью. С каким ускорением относительно земли поднимается второй гимнаст массы <math>m_2 = 60</math> кг?</p> <p><b>ВСЕГО: 15 баллов</b></p>	баллы
	<p>Первый человек движется без ускорения, следовательно, сила натяжения нити <math>T = m_1g</math>. Такая же сила натяжения действует на второго, т.е. <math>T - m_2g = m_2a</math>.</p>	10
	<p>Отсюда ускорение <math>a = \left( \frac{m_1}{m_2} - 1 \right) g = 0,5 \text{ м/с}^2</math></p>	5