

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

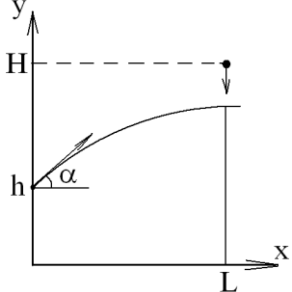
Тульский государственный университет

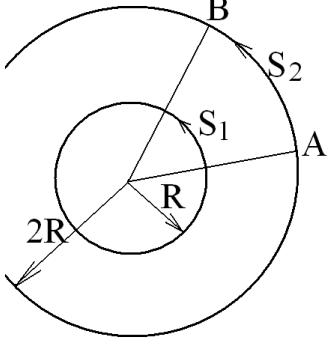
Олимпиада школьников по физике  
«Наследники Левши»



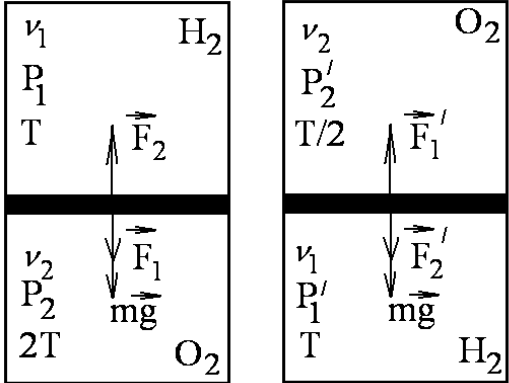
Заключительный этап  
2012-2013 учебного года  
**10 класс**

Тула

1	<p>С сосны высотой <math>H = 19</math> м одновременно с выстрелом охотника падает без начальной скорости шишка. Под каким углом к горизонту целился охотник, стоящий на расстоянии <math>L = 30</math> м от дерева, если он попал в шишку? Рост охотника <math>h = 170</math> см.</p> <p><b>ВСЕГО: 20 баллов</b></p>	баллы
	<p>Для пули: (1) <math display="block">\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t = L \\ y = h + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}</math></p> <p>Для шишки <math>y = H - \frac{gt^2}{2}</math> (2)</p> 	10
	<p>Приравнивая координаты по оси y получаем</p> <p><math>H - h = v_0 \sin \alpha t</math>; (3) Делим (3) на (4) и получаем <math>\frac{H - h}{L} = \operatorname{tg} \alpha</math></p> <p><math>L = v_0 \cos \alpha t</math> (4)</p>	5
	<p><math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{19 - 1,7}{30} = 0,577</math>; <math>\alpha = 30^\circ</math></p>	5

2	<p>Спутник движется по круговой орбите в плоскости экватора на высоте равной радиусу Земли. С какой скоростью должен перемещаться наземный наблюдатель, чтобы спутник появлялся над ним каждые 5 часов? Направление движения спутника и вращения Земли совпадают. Радиус Земли <math>R = 6,37 \cdot 10^6</math> м. Ускорение свободного падения принять равным <math>g = 9,8</math> м/с<sup>2</sup>.</p> <p><b>ВСЕГО: 20 баллов</b></p>	
	 <p>Для спутника <math>S_2 = AB = vt - 2\pi 2R</math> (1)</p> <p>Скорость спутника найдем из условия:</p> $\frac{GMm}{(2R)^2} = \frac{mv^2}{2R}; v^2 = \frac{GM}{2R} = \frac{GMR}{2R^2} = \frac{gR}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g}{2}},$ (2) <p>где <math>g</math> – ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли, <math>R</math> – радиус Земли.</p> <p>За это же время наземный наблюдатель пройдет путь <math>S_1 = (v_1 + v_2)t = \frac{S_2}{2}</math>, (3)</p> <p>Где <math>v_1</math> – скорость наблюдателя, <math>v_2 = \frac{2\pi R}{T}</math> – скорость поворота Земли,</p> <p><math>T = 24</math> часа – период.</p>	10
	$S_2 = 2S_1; 2(v_1 + v_2)t = (vt - 4\pi R)$ Отсюда $v_1 = \frac{v}{2} - \frac{4\pi R}{2t} - v_2 = \sqrt{\frac{gR}{8}} - \frac{2\pi R}{t} - \frac{2\pi R}{T}$ .	5
	$v_1 = \sqrt{\frac{gR}{8}} - \frac{2\pi R(t+T)}{Tt}; v_1 = 110 \text{ м/с}$	5

3	<p>Материальная точка движется по оси OX по закону <math>x = 0,1 \sin(\pi t)</math>. Найдите среднюю скорость на пути, пройденном материальной точкой, за время от <math>t_1 = 0</math> до <math>t_2 = 1,5</math> с.</p> <p><b>ВСЕГО: 15 баллов</b></p>	баллы
	$x = 0,1 \sin(\pi t)$ Из условия задачи следует, что циклическая частота $\omega = \pi$ , тогда $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \text{ с},$	5
	<p>Следовательно <math>\Delta t = \frac{3}{4} T</math>.</p> <p>За это время точка пройдет путь <math>3A</math>, где <math>A = 0,1</math> м – амплитуда.</p>	5
	<p>Тогда средняя скорость <math>\langle v \rangle = \frac{3A}{\Delta t} = \frac{0,3}{1,5} = 0,2 \text{ м/с}</math></p>	5

4	<p>Вертикально расположенный сосуд разделен на две равные части тяжелым теплонепроницаемым поршнем, который может скользить без трения. В верхней части находится водород при температуре <math>T</math> и давлении <math>P</math>. В нижней кислород при температуре <math>2T</math>. Сосуд перевернули. Чтобы поршень остался на месте, пришлось охладить кислород до температуры <math>T/2</math>, температура водорода осталась прежней. Определить давление кислорода в обоих случаях.</p> <p><b>ВСЕГО: 25 баллов</b></p>	
	 <p>Для первого состояния :</p> $F_2 - F_1 - mg = 0$ <p>Сила давления на поршень со стороны водорода <math>F_1 = P_1 S</math>, кислорода <math>F_2 = P_2 S</math>.</p> $mg = S(P_2 - P_1)$ $\begin{cases} v_1 RT = P_1 V \\ v_2 R 2T = P_2 V \end{cases} \quad (1,2)$	10
	<p>Так как после поворота температура водорода не меняется, то и давление остается прежним, тогда <math>mg = S(P_1 - P_2')</math></p> $\begin{cases} v_1 RT = P_1 V & (3) \\ v_2 R \frac{T}{2} = P_2' V & (4) \end{cases}$ $P_2 - P_1 = P_1 - P_2'; \quad \frac{v_2 R 2T - v_1 RT}{V} = \frac{v_1 RT - v_2 R \frac{T}{2}}{V}; \quad \text{Отсюда } v_2 = \frac{4}{5} v_1.$	10
	<p>Делим (2) на (1) и получаем <math>P_2 = \frac{8}{5} P_1</math>.</p> <p>Делим (4) на (3) и получаем <math>P_2' = \frac{2}{5} P_1</math></p>	5

5	<p>Суммарная мощность, выделяющаяся на резисторах, сопротивление которых <math>R_1 = 9 \text{ Ом}</math> и <math>R_2 = 4 \text{ Ом}</math>, одинакова при последовательном и параллельном соединениях резисторов. Найти внутреннее сопротивление источника тока, питающего эти резисторы.</p> <p><b>ВСЕГО: 20 баллов</b></p>	
	<p>При последовательном соединении сопротивление <math>R = (R_1 + R_2)</math></p> <p>Ток <math>I = \frac{E}{R_1 + R_2 + r}</math>, тогда мощность <math>P_1 = \frac{E^2 (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2 + r)^2}</math> (1)</p>	5
	<p>При параллельном соединении сопротивление <math>R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}</math>,</p> <p>Мощность <math>P_2 = \frac{E^2 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r\right)^2}</math> (2)</p>	10
	<p>Приравнивая эти мощности, получаем сопротивление источника <math>r = 6 \text{ Ом}</math></p>	5