

Министерство образования и науки Российской Федерации



Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования

«Тульский государственный университет»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» ПО ФИЗИКЕ

Подготовка к заключительному этапу

*Информационно-методическое пособие
для участников олимпиады школьников*



Тула 2017

УДК 378.141

Олимпиада школьников «Наследники Левши» по физике. Подготовка к заключительному этапу: Информационно-методическое пособие для участников олимпиады школьников /Оргкомитет олимпиады, 2017.

В настоящем сборнике приведены методические материалы для подготовки к заключительному этапу олимпиады «Наследники Левши» 2017 года с рекомендациями, решениями и списком рекомендуемой литературы.

Состав и структура приведённых примеров соответствует структуре заданий, которые будут использоваться в заключительном этапе олимпиады.

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ 8 КЛАССА

1. Лодка движется в реке по траектории, представляющей собой квадрат со стороной $a = 20$ м. Две стороны квадрата параллельны берегам реки. Скорость лодки относительно воды $V = 2,5$ м/с, скорость течения реки $U = 1,5$ м/с. Какое время потребуется лодке для преодоления всего пути?

(При решении задачи использовать закон сложения скоростей).

Ответ: 45 с

2. При плавании порожней рыболовной шхуны в одном из морей ватерлиния (уровень максимального погружения шхуны) находится на высоте $h_1 = 0,5$ м от поверхности воды, а в другом (более соленом) – на высоте $h_2 = 0,6$ м. При этом максимальная загрузка рыбой в первом море составляет $m_1 = 50$ т, а во втором - $m_2 = 63$ т. Найдите массу корабля без груза. Борты шхуны в рассматриваемом диапазоне погружений можно считать вертикальными.

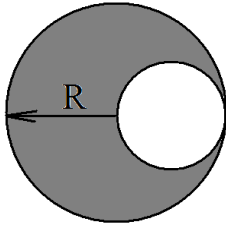
(При решении задачи использовать условие плавания тел, закон Архимеда).

Ответ: 210 т

3. Полый цинковый шар, наружный объем которого $V = 200$ см³, плавает в воде так, что половина его погружена в воду. Найти объем полости шара. Плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м³, плотность цинка $\rho_2 = 7100$ кг/м³.

(При решении задачи использовать условие плавания тел, закон Архимеда).

Ответ: 186 см³



4. Определить центр тяжести однородного тонкого диска радиусом $R = 12\text{ см}$ с вырезом, сделанном как показано на рисунке.

(При решении задачи использовать условие равновесия твердого тела).

Ответ: на расстоянии 2 см влево от центра шара

5. При подготовке игрушечного пистолета к выстрелу пружину жесткостью $k = 800\text{ Н/м}$ сжали на $x = 5\text{ см}$. Какую скорость приобретет шарик массы $m = 20\text{ г}$ при выстреле из этого пистолета вертикально вверх? Потерями энергии на преодоление трения пренебречь. Считать, что шарик отрывается от пружины в момент, когда она полностью распрямится. На какую высоту H над точкой выстрела поднимется шарик? (Справка: энергия деформированной пружины $E = \frac{kx^2}{2}$).

(При решении задачи использовать закон сохранения механической энергии).

Ответ: 10 м/с, 5 м

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ 9 КЛАССА

1. Под каким углом к горизонту надо бросить небольшой камень с обрывистого берега реки высотой $H = 20\text{ м}$, чтобы он упал в воду возможно дальше от берега. Начальная скорость камня $V_0 = 14\text{ м/с}$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 9,8\text{ м/с}^2$.

(При решении задачи использовать законы кинематики при движении материальной точки с постоянным ускорением).

Ответ: $\alpha = 30^\circ$

2. В покоящуюся на льду шайбу массой $m_1 = 100\text{ г}$ упруго ударяет другая шайба массой $m_2 = 50\text{ г}$. После удара она отлетает перпендикулярно к первоначальному направлению движения. Под каким углом к этому направлению будет двигаться после удара шайба, вначале покоившаяся?

(При решении задачи использовать законы сохранения импульса и механической энергии).

Ответ: $\pi/6$.

3. Средняя высота спутника над поверхностью Земли $H = 1700\text{ км}$. Определить скорость спутника и период обращения вокруг Земли. Ускорение свободного падения принять равным $g = 9,8\text{ м/с}^2$, радиус Земли $R = 6370\text{ км}$.

(При решении задачи использовать законы кинематики для движения точки по окружности, закон всемирного тяготения).

Ответ: $V = 7,1 \cdot 10^3\text{ м/с}$; $t = 7,1 \cdot 10^3\text{ с}$

4. В латунном калориметре массой $m_1 = 100\text{ г}$ находится $m_2 = 5\text{ г}$ льда при температуре $t_0 = -10^\circ\text{ С}$. В калориметр вливают $m_3 = 30\text{ г}$ при температуре плавления. Что будет находиться в калориметре после теплообмена и какая в нем установится температура? Потерями теплоты на испарение пренеб-

речь. Удельная теплоемкость свинца $c = 140 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, удельная теплота плавления свинца $\lambda = 25 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, температура плавления свинца $t = 327^\circ \text{C}$, температуру воздуха в помещении $t_0 = 27^\circ \text{C}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

(Использовать: агрегатные состояния вещества, количество теплоты, необходимого для нагревания, плавления).

Ответ: 0,5 г льда, 4,5 г воды, 30 г твердого свинца.

5. Какой длины надо взять нихромовый проводник диаметром 0,5 мм, чтобы изготовить электрический камин, работающий при напряжении 120В и дающий 10^6 Дж тепла?

(При решении задачи использовать закон Джоуля-Ленца).

Ответ: 9,2 м

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ 10 КЛАССА

1. Тело бросили с высоты $H = 4$ м под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. К поверхности Земли тело подлетает под углом $\beta = 60^\circ$. Какое расстояние по горизонтали пролетит тело? Сопротивление воздуха не учитывать.

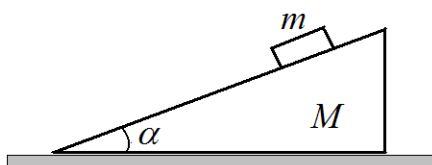
(При решении задачи использовать законы кинематики при движении материальной точки с постоянным ускорением).

Ответ: 11,42 м

2. Вертикальный цилиндрический сосуд, закрытый с обеих сторон, разделен тяжелым теплонепроницаемым поршнем на две части. Обе части сосуда содержат одинаковое количество воздуха. При температуре воздуха $T_1 = 400\text{K}$ в обеих частях сосуда, давление воздуха в нижней части вдвое больше давления в верхней части сосуда. До какой температуры T_2 надо нагреть воздух в нижней части сосуда, чтобы объемы верхней и нижней частей стали одинаковыми. Поршень может передвигаться вверх-вниз без трения.

(При решении задачи использовать уравнение Менделеева-Клапейрона).

Ответ: 700 К

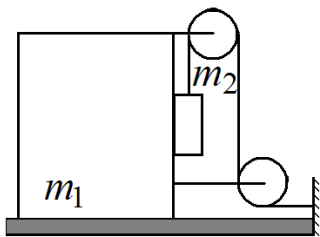


3. Клин, масса которого $M = 5$ кг, находится на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости. На клине лежит брусок массы $m = 1$ кг. Брусок под действием силы тяжести может скользить по клину без трения.

Считая, что в начальный момент система находилась в покое, определить скорость клина в тот момент времени, когда брусок опустится по вертикали на высоту $H = 2,1$ м. Угол $\alpha = 30^\circ$.

(При решении задачи использовать законы сохранения импульса и механической энергии).

Ответ: 1 м/с



4. Брусок массой m_1 с укрепленными на нём двумя блоками может двигаться без трения по горизонтальной плоскости. Через блоки переброшена нерастяжимая нить, один конец которой привязан к стене. На другом конце нити прикреплен груз массой m_2 . Коэффициент трения скольжения груза по боковой поверхности бруска равен $\mu=0,5$. Отношение $\frac{m_1}{m_2} = 2$. Найдите величину ускорения груза a_2 в лабораторной системе отсчета. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

(При решении использовать законы Ньютона и кинематические уравнения движения)

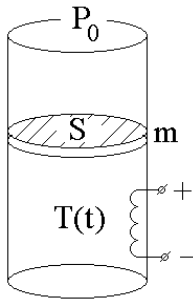
Ответ: $3,14 \text{ м/с}^2$.

5. К концам свинцовой проволоки длиной $L = 1 \text{ м}$ приложена разность потенциалов $U = 10 \text{ В}$. Сколько времени пройдет от начала пропускания тока до того момента, когда свинец начнет плавиться? Удельная теплоемкость свинца $c = 140 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, удельная теплота плавления свинца $\lambda = 25 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, температура плавления свинца $t = 327^\circ \text{С}$. температуру воздуха в помещении $t_0 = 27^\circ \text{С}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. Потерями тепла пренебречь.

(Использовать: агрегатные состояния вещества, количество теплоты, необходимого для нагревания, плавления, закон Джоуля-Ленца).

Ответ: 1 с

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ 11 КЛАССА



1. В вертикальном цилиндрическом сосуде с гладкими стенками горизонтальный поршень массы $m = 15$ кг и площадью $S = 300 \text{ см}^2$ удерживается в равновесии аргоном в количестве $\nu_0 = 2$ моль при температуре $T_0 = 200$ К. Газ начали медленно нагревать так, что его температура стала линейно изменяться во времени по закону $T = T_0 + c \cdot t$, где постоянная $c = 0,03$ К/сек. Одновременно с этим через маленькую дырочку в стенке стал выходить аргон, и количество газа стало линейно убывать по закону $\nu = \nu_0 - bt$, где постоянная $b = 1,08$ моль/час. Найти скорость поршня через 1 минуту. Атмосферное внешнее давление $P_0 = 10^5$ Па; $g = 10 \text{ м/с}^2$; газ считать идеальным.

Решение:

В каждый момент времени поршень будет находиться почти в равновесии, что означает изобарический процесс. Давление газа

$$P = P_0 + \frac{mg}{S} = 10^5 + \frac{15 \cdot 10}{300 \cdot 10^{-4}} = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Обозначим высоту цилиндрического объема, в котором заключен газ через h , тогда объем газа $V = S \cdot h$. Из уравнения состояния идеального газа выразим высоту h :

$$pV = \nu RT \Rightarrow pSh = \nu RT \Rightarrow h = \frac{\nu RT}{pS} = \frac{(\nu_0 - bt)R(T_0 + ct)}{pS} = \frac{\nu_0 T_0 R (1 - bt/\nu_0)(1 + ct/T_0)}{pS}$$

Подставляя все числовые значения перепишем это выражение:

$$h = \frac{2 \cdot 200 \cdot 8,31}{1,05 \cdot 10^5 \cdot 300 \cdot 10^{-4}} (1 - 1,5 \cdot 10^{-4} t)(1 + 1,5 \cdot 10^{-4} t) = 1,06 (1 - 2,25 \cdot 10^{-8} t^2) = 1,06 - 2,4 \cdot 10^{-4} t^2$$

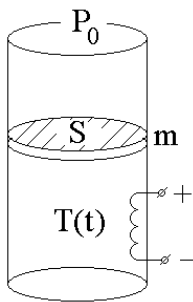
Это уравнение равноускоренного движения без начальной скорости с ускорением, равным $a = 2 \cdot 2,4 \cdot 10^{-4} = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$. Ускорение пренебрежимо

мало и это означает, что поршень действительно находится почти в равновесии.

Скорость поршня через $t = 1$ минуту равна $u = at = 4,8 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = 0,029$ м/с

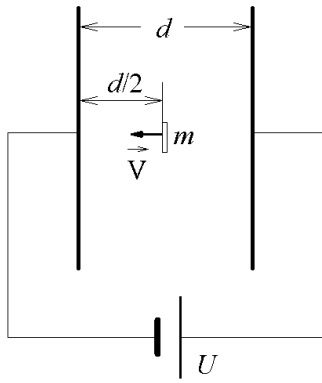
Ответ: 0,029 м/с

Задача для самостоятельного решения



1-1. В вертикальном цилиндрическом сосуде с гладкими стенками горизонтальный поршень массы $m = 15$ кг и площадью $S = 300$ см² удерживается в равновесии аргоном в количестве $\nu_0 = 2$ моль при температуре $T_0 = 200$ К. Газ начали медленно нагревать так, что его температура стала линейно изменяться во времени по закону $T = T_0 + c \cdot t$, где постоянная $c = 0,03$ К/сек. Одновременно с этим через маленькую дырочку в стенке стал выходить аргон, и количество газа стало линейно убывать по закону $\nu = \nu_0 - bt$, где постоянная $b = 1,08$ моль/час. Найти скорость поршня через 1 минуту. Атмосферное внешнее давление $P_0 = 10^5$ Па; $g = 10$ м/с²; газ считать идеальным.

Ответ: 0,029 м/с



2. Посередине между обкладками плоского воздушного конденсатора, подключенного к идеальному источнику постоянного напряжения $U = 1000$ В, поместили тонкую незаряженную металлическую пластинку площадью $S = 1$ мм² и массой $m = 0,1$ г. Затем ее толкнули со скоростью $V = 1,77$ мм/с в направлении, перпендикулярном одной из обкладок. При абсолютно упругом ударе с обкладкой пластинка мгновенно получает заряд, поверхностная плотность которого равна поверхностной плотности заряда обкладки. Через какое время после толчка кинетическая энергия пластинки увеличится в 25 раз? Расстояние между обкладками $d = 1$ см. Плоскости пластинки и обкладок все время параллельны, силы гравитации отсутствуют, краевыми эффектами и сопротивлением воздуха пренебречь. Считать, что электрическое поле пластинки не влияет на распределение заряда на обкладках конденсатора, а размеры пластинки намного меньше размеров обкладок. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Через какое время после толчка кинетическая энергия пластинки увеличится в 25 раз? Расстояние между обкладками $d = 1$ см. Плоскости пластинки и обкладок все время параллельны, силы гравитации отсутствуют, краевыми эффектами и сопротивлением воздуха пренебречь. Считать, что электрическое поле пластинки не влияет на распределение заряда на обкладках конденсатора, а размеры пластинки намного меньше размеров обкладок. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Решение:

Найдём поверхностную плотность заряда на обкладках конденсатора:

$$\sigma = \frac{q_1}{S_1} = \frac{CU}{S_1} = \frac{\epsilon_0 S_1 U}{d S_1} = \frac{\epsilon_0 U}{d}$$

Заряд пластинки $q = \sigma S = \frac{\epsilon_0 S U}{d}$. Напряженность поля между обкладками

и $E = \frac{U}{d}$ действует на пластинку силой

$$F = qE = \frac{\epsilon_0 S U^2}{d^2} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-6} \cdot 10^6}{10^{-4}} = 8,85 \cdot 10^{-8} \text{ Н,}$$

которая придает ей ускорение $a = \frac{F}{m} = \frac{8,85 \cdot 10^{-8}}{10^{-4}} = 8,85 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$. При перезарядке пластинки во время ударов ее скорость и ускорение не меняются по

которая придает ей ускорение $a = \frac{F}{m} = \frac{8,85 \cdot 10^{-8}}{10^{-4}} = 8,85 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$. При перезарядке пластинки во время ударов ее скорость и ускорение не меняются по

модулю, хотя направление меняется на противоположное. Таким образом, можно не рассматривать отдельные удары и считать все движение после первого удара равноускоренным с начальной скоростью V .

Чтобы кинетическая энергия увеличилась в 25 раз, нужно, чтобы скорость увеличилась в 5 раз. На это потребуется время

$$t = \frac{5V - V}{a} = \frac{4V}{a} = \frac{4 \cdot 1,77 \cdot 10^{-3}}{8,85 \cdot 10^{-4}} = 8 \text{ с.}$$

К этому времени надо добавить время

$$t_0 = \frac{d}{2V} = \frac{0,01}{2 \cdot 1,77 \cdot 10^{-3}} = 2,82 \text{ с.}$$

Ответ: 10,82 с

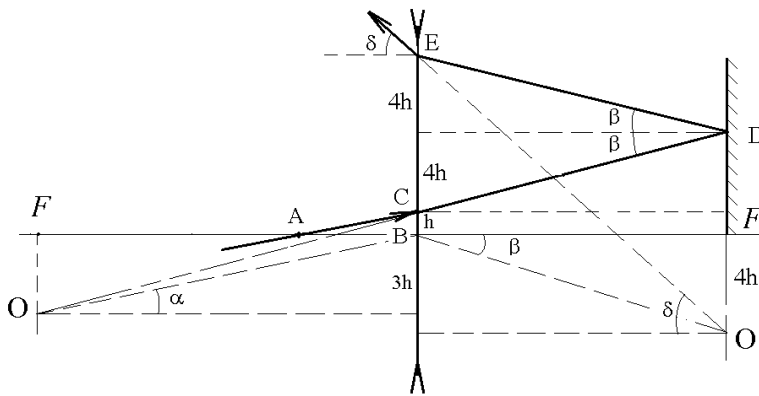
Задача для самостоятельного решения

2-1. Из двух проводящих одинаковых пластин площадью $S_1 = 1 \text{ м}^2$ сделали воздушный конденсатор емкостью $1,77 \text{ нФ}$ и подключили его к идеальному источнику постоянного напряжения $U = 200 \text{ В}$. К левой пластине прижали очень тонкий металлический кружок площадью $S_2 = 5 \text{ мм}^2$ и массой $m = 2 \text{ мг}$, при этом он заряжается с такой же поверхностной плотностью заряда, что и у пластины. Когда кружок отпускают, он под действием электрического поля конденсатора начинает разгоняться к другой пластине, потом при абсолютно упругом ударе перезаряжается о другую пластину и движется обратно. Какой средний ток (в нА) течет через источник напряжения U в течение времени $t = 3 \text{ мин}$? Плоскости кружка и пластин все время параллельны, силы гравитации отсутствуют, краевыми эффектами и сопротивлением воздуха пренебречь. Считать, что электрическое поле кружка не влияет на распределение заряда на обкладках конденсатора, а его размеры намного меньше размеров обкладок. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

Ответ: 1,13 нА

3. В фокальной плоскости рассеивающей линзы с фокусным расстоянием F расположено плоское зеркало, как показано на рисунке. На линзу падает луч света, пересекая главную оптическую ось на расстоянии $AB = F/3$, а саму линзу на расстоянии h от центра линзы, причем $\frac{h}{F} = 0,02$. На какой угол (в градусах) отклонится луч, прошедший через оптическую систему "линза-зеркало"? Для малых углов принять $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ (рад).

Решение:



Продолжение преломленного в линзе луча CD должно пройти через точку O, которая является пересечением левой фокальной плоскости и дополнительной оптической

оси OB , параллельной падающему лучу. Из подобия треугольников можно понять, что $FO = 3BC = 3h$, а $CE = 8h$, $FO' = 4h$.

Продолжение преломленного в линзе луча DE должно пройти под углом δ к главной оптической оси через точку O' , которая является пересечением правой фокальной плоскости и дополнительной оптической оси $O'B$, параллельной лучу DE.

Из рисунка видно, что

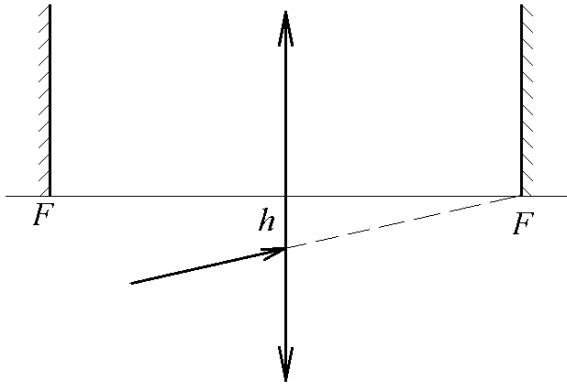
$$\alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{F/3} = \frac{3h}{F} = 0,06 \text{ рад или } 3,44^\circ$$

$$\delta \approx \operatorname{tg} \delta = \frac{13h}{F} = 0,26 \text{ рад или } 14,9^\circ$$

Луч отклонился на угол $180^\circ - \alpha - \delta = 180^\circ - 3,44^\circ - 14,9^\circ \approx 162^\circ$

Ответ: 162°

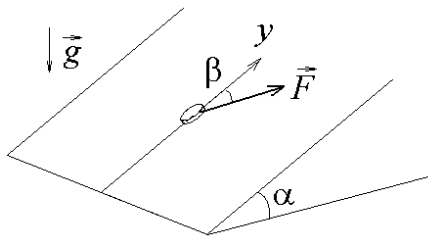
Задача для самостоятельного решения



3-1. В фокальных плоскостях собирающей линзы с фокусным расстоянием F расположены плоские зеркала, как показано на рисунке. На линзу падает луч света, продолжение которого пересекает главную оптическую ось в фокусе F , а саму линзу на расстоянии h

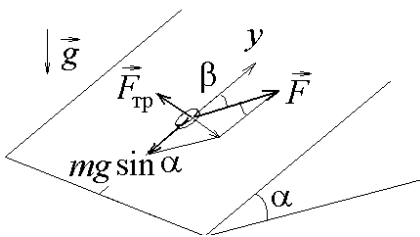
от центра линзы, причем $\frac{h}{F} = 10^{-3}$. На какой угол (в градусах) отклонится луч, прошедший через такую оптическую систему? Для малых углов принять $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ (рад).

Ответ: 0,0172°



4-1. На наклонной под углом α шероховатой плоскости с коэффициентом трения скольжения $\mu = 0,4$ положили шайбу массы $m=200$ г. Если бы не было трения, то шайба, отпущенная без начальной скорости, скользила бы по плоскости против оси y . Если вдоль плоскости под углом β к оси y приложить силу $F = 1,2$ Н, то шайба на шероховатой поверхности будет двигаться равномерно и прямолинейно? Найти $\cos\beta$, если $\sin\alpha = \frac{1}{3}$, $g = 10$ м/с².

Решение:



Проекция силы тяжести на ось y равна

$$mg \sin \alpha = 0,2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{3} = 0,667 \text{ Н.}$$

Максимальная сила трения равна

$$\mu N = \mu mg \cos \alpha = 0,4 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} = 0,754 \text{ Н}$$

Так как проекция силы тяжести на ось y меньше максимального значения силы трения покоя, то если ее освободить без начальной скорости, она останется в покое.

Прикладывая силу \vec{F} , шайбу можно сдвинуть с места, так как сила трения не сможет препятствовать результирующей силе вдоль плоскости. Так как шайба движется равномерно, то сумма сил равна нулю. Используя теорему косинусов, найдем $\cos\beta$:

$$F_{\text{тр}}^2 = F^2 + (mg \sin \alpha)^2 - 2F \cdot mg \sin \alpha \cdot \cos\beta$$

$$\cos\beta = \frac{F^2 + (mg \sin \alpha)^2 - (\mu mg \cos \alpha)^2}{2Fmg \sin \alpha} = \frac{1,44 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(0,8 \frac{\sqrt{8}}{3}\right)^2}{2 \cdot 1,2 \cdot \frac{2}{3}} = 0,822$$

Ответ: 0,822

Задачи для самостоятельного решения

4-2. На горизонтальную шероховатую поверхность падает маленький упругий мячик под углом α к горизонту и практически мгновенно отскакивает от нее под углом β . Найти $\operatorname{tg}\beta$, если $\operatorname{tg}\alpha=4$, а коэффициент трения скольжения о поверхность $\mu = 0,1$. Во время удара силой тяжести пренебречь.

Решение:

Во время удара на шарик действует реакция опоры, изменяющая вертикальную проекция импульса

$$N \cdot \Delta t = \Delta p_y = -p_y - p_y = -2p_y$$

и сила трения, изменяющая горизонтальную проекцию импульса

$$F_{\text{тр}} \cdot \Delta t = \mu N \Delta t = p_{2x} - p_{1x}$$

Из двух уравнений видно, что $\mu \cdot \Delta p_y = \Delta p_x$, откуда можно найти горизонтальную проекцию импульса после отскока:

$$p_{2x} = p_{1x} + \Delta p_x = p_{1x} - 2\mu p_y$$

$$\text{Найдем } \operatorname{tg}\beta = \frac{p_y}{p_{2x}} = \frac{p_y}{p_{1x} - 2\mu p_y} = \frac{(p_y/p_{1x})}{1 - 2\mu(p_y/p_{1x})} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 - 2\mu \operatorname{tg}\alpha} = 20$$

4-3. По гладкому горизонтальному столу перемещают гладкий брусок в виде прямоугольного параллелепипеда с постоянной скоростью $v_1=2$ м/с так, что скорость \vec{v}_1 перпендикулярна одной из сторон бруска. Под углом $\alpha=30^\circ$ к этой стороне скользит маленькая шайба массы $m = 30$ г со скоростью $v_2 = 4$ м/с и абсолютно упруго отскакивает от бруска. Какую работу при этом совершили силы, движущие брусок?

Ответ: 0,48 Дж

5. Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите радиусом $R_1 = 3R$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. В результате кратковременного торможения скорость спутника уменьшилась так, что он начинает двигаться по эллиптической орбите, касающейся верхних слоев атмосферы Земли.

- 1) Во сколько раз уменьшилась скорость спутника при торможении?
- 2) Какова максимальная скорость спутника при движении по эллиптической орбите?
- 3) Через какое время после торможения спутник будет ближе всего к Земле?

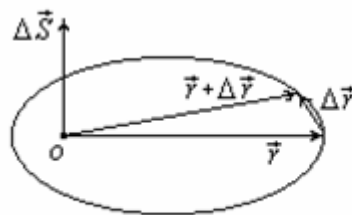
Теоретическая справка:

Законы Кеплера

Первый закон: Все планеты движутся по эллиптическим орбитам, причем Солнце находится в одном из фокусов орбиты.

Второй закон: Отрезок, соединяющий Солнце с планетой, описывает равные площади за равные промежутки времени.

Второй закон Кеплера представляет собой закон сохранения момента импульса.



$$\Delta S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \vec{r} & \Delta \vec{r} \end{bmatrix} - \text{вектор площади треугольника.}$$

$$\frac{d\vec{S}}{dt} - \text{секторальная площадь.}$$

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{1}{2} [\vec{r}, \vec{v}] = \frac{1}{2m} [\vec{r}, \vec{p}] = \frac{\vec{L}}{2m} = \text{const}$$

Третий закон: Квадраты периодов обращения нескольких планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей эллипсов.

Для эллипсов вывод более громоздкий, но для круговых орбит просто:

$$ma_{\text{ц}} = \frac{GmM}{r^2}, \quad m\omega^2 r = \frac{GmM}{r^2} \Rightarrow \omega^2 r^3 = \text{const},$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = \text{const}, \quad \frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{T_2^2} \Rightarrow \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

Рекомендации:

1. По третьему закону Кеплера $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$, где T_1 – период вращения по начальной траектории (в данной задаче - окружность), T_2 – период вращения по конечной траектории, r_1 и r_2 соответствующие размеры полуосей эллипса.
2. Для нахождения скорости спутника сразу после краткого торможения воспользуйтесь законом сохранения момента импульса и законом сохранения энергии.
3. До торможения у спутника была первая космическая скорость, после торможения она уменьшилась (по условию), следовательно, можно найти скорость спутника при посадке.
4. Спутник движется по эллиптической орбите. Найдите выражение для определения большой полуоси эллипса. Начальная траектория движения спутника окружность – частный случай эллипса с большой полуосью.
5. Зная начальную скорость и большую полуось эллипса можно найти начальный период вращения спутника и ответить на вопросы задачи.

Ответ:

- 1) скорость спутника уменьшилась в $\sqrt{2}$ раз
- 2) максимальная скорость - 9700 м/с
- 3) 2 часа

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

При подготовке к олимпиаде рекомендуем познакомиться с дополнительной литературой:

1. Всероссийские олимпиады по физике / Под. ред. С.М. Козела, В.П. Слободянина. — М.: Вербум-М, 2005. — 534 с.
2. Задачи Московских городских олимпиад по физике. 1986-2005: Под ред. М.В. Семенова, А.А. Якуты — М.: МЦНМО, 2006 — 616 с.
3. Задачи московских физических олимпиад. Под ред. С.С. Кротова. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1988.