

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ
отборочного этапа
олимпиады школьников «Наследники Левши» по физике
2014/15 учебного года
с ответами



ФГБОУ ВПО
«Тул'sкий государственный университет»

Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2014/15

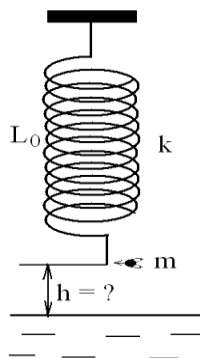


Отборочный этап

8 класс

1. Два друга выезжают навстречу друг другу из двух городов (А и В), расстояние между которыми 44 км. Они договорились встретиться в кафе расположенном на расстоянии 20 км от города А. Первый автомобиль двигался со скоростью $\mathcal{G}_1 = 50 \text{ км/ч}$. С какой скоростью ехал второй автомобиль (из города В), если к кафе они подъехали одновременно.

Ответ: 60 км/ч



2. На край пружины, висящей над поверхностью воды, садится жук массой $m = 8 \text{ г}$. Пружина растягивается так, что жук касается воды. Если длина пружины в ненагруженном состоянии $L_0 = 25 \text{ см}$, а жесткость пружины $k = 5 \text{ Н/м}$, то на каком расстоянии h от поверхности воды находился нижний край пружины?

Ускорение свободного падения считать равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Ответ: 1,6 см

3. Качели представляют собой доску с опорой в центре. Масса доски 6 кг, длина $L = 6 \text{ м}$. Мальчик положил на левый конец доски книгу массой $m_1 = 0,5 \text{ кг}$. Кошка массой $m_2 = 2 \text{ кг}$ бежит вверх по доске. На каком расстоянии от правого конца доски будет кошка в момент, когда доска окажется в горизонтальном положении?

Ответ: 2,25 м

4. Аквариум, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, заполнен водой. С какой силой вода давит на стенку аквариума, если её длина $L = 0,8 \text{ м}$, а высота $h = 0,5 \text{ м}$? Плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. Ускорение свободного падения считать равным $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Ответ: 980 Н

5. В колпачке авторучки обычно делается маленькое отверстие. Если оно засорится, то ручка начинает течь. В чем причина этого явления?

Ответ: Если отверстия нет, то при уменьшении чернил возникнет пониженное давление, чтобы давление уравновешивалось атмосферным, делают отверстие.



ФГБОУ ВПО
«Тулский государственный университет»

Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2014/15



Отборочный этап

9 класс

1. Вода в стакане замерзает при 0°C . Если же эту воду расчленить на маленькие капельки, то вода в них может быть переохлаждена до $t = -40^{\circ}\text{C}$. Так, например, капельки воды, из которых состоят облака, начинают замерзать при температуре $t = -17^{\circ}\text{C}$. Как объяснить эти факты?

Ответ: Кристаллизация начинается на содержащихся в воде пылинках, примесях. Если нет центров кристаллизации, то она не начинается. Чем мельче капля, тем меньше вероятность того, что в ней есть центры кристаллизации, поэтому вода может охладиться до $t = -17^{\circ}\text{C}$.

2. Найдите массу воды, которую следует испарить в помещении объемом $V = 100\text{м}^3$, чтобы увеличить относительную влажность воздуха от $\varphi_1 = 40\%$ до $\varphi_2 = 60\%$ при температуре воздуха $t = 15^{\circ}\text{C}$. Плотность насыщенного пара при этой температуре $\rho_{\text{н}} = 13,6\text{г}/\text{м}^3$.

Ответ: 0,272 кг

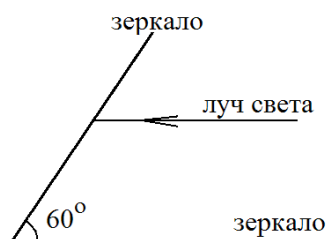
3. Школьники в походе остановились на привал на открытой местности. У них был небольшой запас дров, которые они собрали, когда шли по лесу. Какая минимальная масса дров им понадобится, чтобы вскипятить 4л воды для чая? Температура воздуха $t = 20^{\circ}\text{C}$, коэффициент полезного действия костра 20%.

Плотность воды $\rho = 1000\text{кг}/\text{м}^3$, удельная теплоемкость воды $c_{\text{в}} = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$, теплота сгорания топлива $q = 8,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

Ответ: 0,81 кг

4. У Миши в наличии оказались три сопротивления $R_1 = 2\text{Ом}$, $R_2 = 4\text{Ом}$ и $R_3 = 6\text{Ом}$. Он решил испытать все варианты их соединения. Во сколько раз максимальное сопротивление, полученное из этих трех, отличается от полученного из них минимального сопротивления?

Ответ: в 11 раз



5. Два плоских зеркала образуют угол $\varphi = 60^{\circ}$. На одно из зеркал под углом падает луч света как показано на рисунке. Под каким углом пересекутся падающий луч и луч, отразившийся от второго зеркала?

Ответ пояснить чертежом.

Ответ: 60°



ФГБОУ ВПО
«Тульский государственный университет»

Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2014/15



Отборочный этап

10 класс

1. Найдите ускорение свободного падения на планете Марс. Масса Марса $M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$, его радиус $R = 3390 \text{ км}$, гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

Ответ: 3,8 м/с²

2. Нагреватель представляет собой три одинаковые секции с сопротивлением 20 Ом каждая. Как соединить эти секции (последовательно или параллельно), чтобы получить большее количество теплоты? Источник постоянного напряжения используется один и тот же. Ответ обосновать.

Ответ: в 9 раз при параллельном соединении

3. Три одинаковые кубические коробки массой 5 кг каждая, стоящие на полу, поставили друг на друга. Работа, совершенная при этом равна 30 Дж. Чему равна сторона коробки?

Ответ: 20 см

4. Поезд, двигаясь равноускоренно, за время $t_1 = 10 \text{ с}$ приобретает скорость $\mathcal{V}_1 = 0,6 \text{ м/с}$. Какая скорость будет у поезда через 50 секунд?

Ответ: 3 м/с

5. Снаряд, летевший в горизонтальном направлении, разорвался на две части, одна из которых массы $m_1 = 10 \text{ кг}$ стала двигаться со скоростью $\mathcal{V}_1 = 200 \text{ м/с}$ в прежнем направлении. Вторая часть снаряда массы $m_2 = 5 \text{ кг}$ двигалась со скоростью $\mathcal{V}_2 = 100 \text{ м/с}$. Найти скорость снаряда до взрыва.

Ответ: 100 м/с



ФГБОУ ВПО
«Тулский государственный университет»

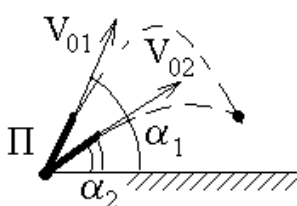
Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2014/15



Отборочный этап

11 класс

Вариант 1



1. Двуствольный пружинный пистолет может стрелять двумя шариками. В начальный момент произвели выстрел из одного ствола и сообщили первому шарiku скорость $V_{01} = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к горизонту. Спустя некоторое время τ выстрелили из второго ствола, сообщив второму шарiku скорость $V_{02} = 30$ м/с под углом $\alpha_2 = 30^\circ$ к горизонту. Задержку между выстрелами подобрали такой, что шарики

столкнулись в полете.

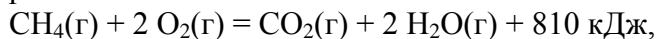
1) Чему равна задержка между выстрелами?

2) Возможно ли столкновение шариков при соотношении скоростей $\frac{V_{01}}{V_{02}} = 1,7$?

Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: 1,67 с., нет

2. Юный экспериментатор Андрей много раз слышал из новостей о взрывах на шахтах и решил изучить вопрос с научной точки зрения. В одной из статей, прочитанных в Интернете, он узнал, что "современные угольные шахты — особо опасные производственные объекты, одним из основных источников опасности в которых является метан, выделяющийся в горные выработки в процессе выемки угля." Листая школьный учебник химии, Андрей нашел описание реакции горения метана:



где буква "г" в скобках означало "газообразный", а тепловой эффект в 810 кДж относился к 1 моль метана, соединенному с 2 моль кислорода. Выделение такого большого количества энергии и вызывает взрыв.

Андрей решил рискнуть и на практике проверить это утверждение. В своей мастерской он нашел небольшой теплоизолированный баллон с толстыми стенками, где-то раздобыл кислородную подушку и банку с метаном. В результате в баллоне оказалась смесь из $m_1 = 1,6$ г метана и $m_2 = 2,56$ г кислорода при комнатной температуре $T_0 = 27^\circ\text{C}$ и давлении $P_0 = 10^4$ Па.

В баллон герметично вставлено зажигательное устройство. Андрей поджег газ и услышал глухой звук взрыва. Рассчитайте теплоемкость баллона, стенки которого поглощают большую часть выделившейся энергии, если конечная температура системы равна $T_2 = 127^\circ\text{C}$.

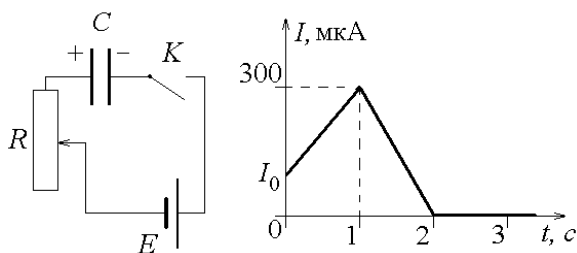
Примечание: Внутренняя энергия идеального газа находится по формуле $U = \frac{i}{2} \nu RT$, где ν — число моль, T — абсолютная температура, i — число степеней свободы молекулы, $R = 8,31$

Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная. Для одноатомной молекулы $i = 3$, для двухатомной молекулы $i = 5$, для трех- и более атомной молекулы $i = 6$. Молярная масса метана $\mu_1 = 16$ г/моль, кислорода – $\mu_2 = 32$ г/моль, воды – $\mu_3 = 18$ г/моль, углекислого газа $\mu_4 = 44$ г/моль.

Ответ: 318,5 Дж/к

3. По газопроводной трубе идет углекислый газ при давлении $P = 3,9 \cdot 10^5$ Н/м² и температуре $T = 7^\circ$ С. Какова скорость движения газа в трубе, если за $t = 2$ мин протекает $m = 2$ кг газа и площадь сечения канала трубы $S = 5$ см²? Молярная масса CO_2 $\mu = 44$ г/моль. (20 баллов)

Ответ: 0,9 м/с



4. В электрической схеме последовательно соединены заряженный до напряжения $U_1 = 8$ В конденсатор с емкостью $C = 20$ мкФ, реостат с некоторым максимальным сопротивлением R и источник постоянного напряжения с ЭДС $E = 10$ В и нулевым внутренним сопротивлением. После замыкания ключа K сразу начали двигать бегунок на реостате так, что сила тока в цепи менялась во времени по

закону, изображенному на графике $I(t)$.

- 1) Чему равен начальный ток I_0 сразу после замыкания ключа K ?
- 2) Сколько тепла выделилось в реостате за 3 с после замыкания ключа?
- 3) Чему равно начальное сопротивление реостата (в кОм)?

Ответ: 120мкА, 3240 мкДж, 150 кОм

5. На каком расстоянии от перекрестка начинает тормозить шофер при красном свете светофора, если автомобиль движется вверх по шоссе с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ со скоростью 60 км/час? Коэффициент трения между шинами и дорогой 0,1.

Ответ: 24 м.



ФГБОУ ВПО
«Тульский государственный университет»

Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2014/15

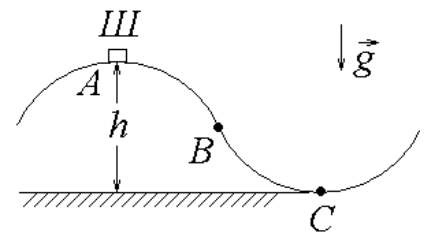


Отборочный этап

11 класс

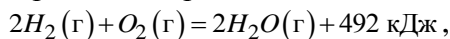
Вариант 2

1. С абсолютно гладкой горки ABC высотой $h = 2$ м из наивысшей точки A без начальной скорости соскальзывает шайба Ш. Горка состоит из двух одинаковых дуг AB и BC, плавно переходящих друг в друга в точке B. Радиус дуг $R = 2$ м. Найти величину полного ускорения шайбы в точке, делящей длину дуги AB пополам. Принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Ответ: 5,7 м/с².

2. Листая школьный учебник химии, юный экспериментатор Андрей увидел описание реакции горения водорода:



где буква "г" в скобках означало "газообразный", а тепловой эффект в 492 кДж относился к 2 моль водорода, соединенному с 1 моль кислорода. Прочитав, что смесь водорода с кислородом называется гремучей смесью и очень взрывоопасна, Андрей решил на практике проверить это утверждение. В своей мастерской он нашел небольшой теплоизолированный баллон с толстыми стенками, где-то раздобыл кислородную подушку и банку с водородом (водород можно добыть самому с помощью кислоты и цинка). В результате в баллоне оказалась смесь из $m_1 = 0,2$ г водорода и $m_2 = 1,92$ г кислорода при комнатной температуре $T_0 = 27^\circ\text{C}$ и атмосферном давлении $P_0 = 10^5$ Па.

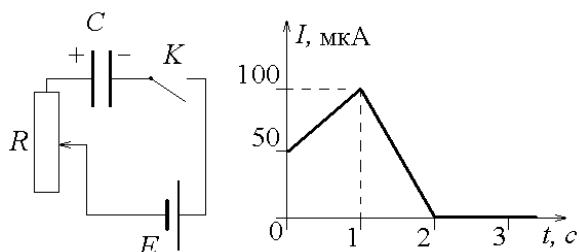
В баллон герметично вставлено зажигательное устройство. Андрей поджег газ и услышал глухой звук взрыва. Рассчитайте теплоемкость баллона, стенки которого поглощают большую часть выделившейся энергии, если конечная температура системы равна $T_2 = 127^\circ\text{C}$.

Примечание: Внутренняя энергия идеального газа находится по формуле $U = \frac{i}{2} \nu RT$, где ν – число моль, T – абсолютная температура, i – число степеней свободы молекулы, $R = 8,31$ Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная. Для одноатомной молекулы $i = 3$, для двухатомной молекулы $i = 5$, для трех- и более атомной молекулы $i = 6$. Молярная масса водорода $\mu_1 = 2$ г/моль, кислорода – $\mu_2 = 32$ г/моль, воды – $\mu_3 = 18$ г/моль.

Ответ: 245,1 Дж/К

3. При последовательном подключении к сети двух проводников с различными сопротивлениями R_1 и R_2 сила тока в 6,25 раз меньше, чем при параллельном подключении этих проводников. Известно, что $R_1 > R_2$. Во сколько раз сопротивление первого проводника больше, чем второго?

Ответ: в 4 раза

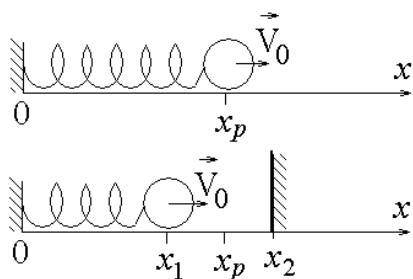


4. В электрической схеме последовательно соединены заряженный конденсатор с емкостью $C = 10$ мкФ, реостат с некоторым максимальным сопротивлением R и источник постоянного напряжения с ЭДС $E = 5$ В и нулевым внутренним сопротивлением. После замыкания ключа K сразу начали двигать бегунок на реостате так, что сила тока в цепи менялась во времени по закону, изображен-

ному на графике $I(t)$.

- 1) Какое напряжение было на конденсаторе до замыкания ключа K ?
- 2) Сколько тепла выделилось в реостате за 3 с после замыкания ключа?
- 3) Чему равно начальное сопротивление реостата (в кОм)?

Ответ: 7,5 В, 781 мкДж, 250кОм



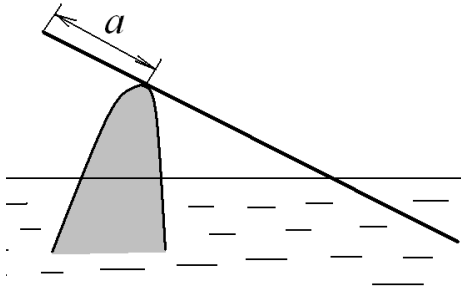
5. Шарик массы $m = 100$ г на пружине может совершать незатухающие колебания по гладкой плоскости вдоль оси x . В первом эксперименте шарик вначале находился в положении равновесия с координатой $x_p = 12$ см, а затем его толкнули со скоростью $V_0 = 1$ м/с, и он стал колебаться с периодом $T = 0,314$ с. Во втором эксперименте шарик передвинули в точку с координатой $x_1 = 7$ см и опять толкнули его с той же скоростью $V_0 = 1$ м/с. Через время $t = T/4$ шарик столкнулся с вертикальной стеной, расположенной в некоторой точке с координатой x_2 и прилип к ней. Чему равна эта координата? Какой импульс передает стена шарiku при ударе?

Чему равна эта координата? Какой импульс передает стена шарiku при ударе?

Ответ: 17 см, 0,1 кг·м/с

МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ
заключительного этапа
олимпиады школьников «Наследники Левши» по физике
2014/15 учебного года
с решениями

8 класс



1. На камень, выступающий над водой, опирается доска длиной $L = 1$ м. Часть доски длиной $a = 20$ см находится выше точки опоры. Чему равна часть доски, находящаяся под водой? Плотность древесины $\rho_1 = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, воды $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

РЕШЕНИЕ

Наличие рисунка с указанием действующих на тело сил

На доску действуют сила реакции опоры, сила тяжести mg и сила Архимеда. Сумма моментов этих сил относительно точки А равна нулю.

$$mg \left(\frac{L}{2} - a \right) \cos \alpha - F_A \left(L - a - \frac{x}{2} \right) \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

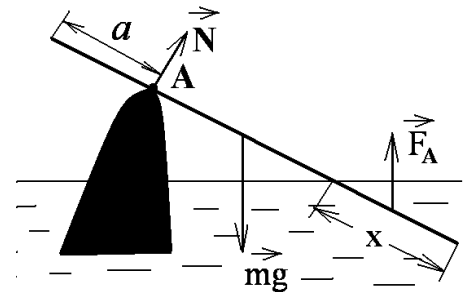
α - угол между доской и горизонталью.

Масса доски $m = \rho_1 V = \rho_1 L \cdot S$, где S – площадь сечения доски. Сила Архимеда $F_A = \rho g V_{\text{погр.}} = \rho g S x$. Подставляем в (1) и получаем

$$L \cdot S \rho_1 g \left(\frac{L}{2} - a \right) = \rho g S x \left(L - a - \frac{x}{2} \right) \text{ или } L \cdot \frac{\rho_1}{\rho} \left(\frac{L}{2} - a \right) = x \left(L - a - \frac{x}{2} \right)$$

Решая это квадратное уравнение относительно x , получаем, что длина погруженной в жидкость части $x = 40$ см.

Ответ: 40 см



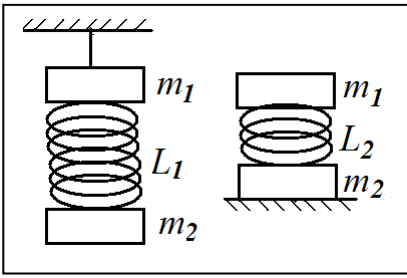
2. Два велосипедиста выехали из пункта А с одинаковыми скоростями $v = 30$ км/ч с интервалом $t_1 = 10$ мин. С какой скоростью u двигался навстречу им мотоциклист по дороге в пункт А, если он встретил велосипедистов через $t_2 = 2$ мин одного после другого?

РЕШЕНИЕ

Так как велосипедисты едут с одинаковой скоростью, то расстояние между ними в любой точки траектории одинаково и равно $S = vt_1 = 5$ км. Это же расстояние $S = (v + u)t_2$. Следовательно

$$(v + u)t_2 = vt_1. \text{ Тогда скорость мотоциклиста } u = v \left(\frac{t_1}{t_2} - 1 \right) = 30 \left(\frac{10}{2} - 1 \right) = 120 \text{ км/ч.}$$

Ответ: $u = 120$ км/ч



3. Вертикально расположенная пружина соединяет два груза. Масса верхнего груза $m_1 = 2 \text{ кг}$, нижнего $m_2 = 3 \text{ кг}$. Когда система подвешена за верхний груз, длина пружины $\ell_1 = 10 \text{ см}$, если систему поставить на подставку, длина пружины окажется равной $\ell_2 = 4 \text{ см}$. Определить длину ℓ_0 ненапряженной пружины.

РЕШЕНИЕ

Наличие рисунка с указанием действующих на тело сил. Сила тяжести mg уравнивается силой упругости $F_{\text{упр}} = k\Delta\ell$.

$$\text{В первом случае } m_2 g = k(\ell_1 - \ell_0),$$

$$\text{во втором } m_1 g = k(\ell_0 - \ell_2).$$

После деления получаем $\frac{m_2}{m_1} = \frac{(\ell_1 - \ell_0)}{\ell_0 - \ell_2} = 1,5$.

$$\text{Следовательно } \ell_0 = \frac{\ell_1 + 1,5\ell_2}{2,5} = \frac{10 + 1,5 \cdot 4}{2,5} = 6,4 \text{ см}$$

Ответ: 6,4 см

4. Дети решили проверить, действительно ли в соленой воде выталкивающая сила, действующая на плавающий предмет, будет больше, чем в пресной. Они взяли два больших тазика и опустили в них две одинаковые цилиндрические банки. Затем они добавили в воду соль и убедились, что глубина погружения банок уменьшилась. Оказалось, что в первом тазике расстояние от поверхности воды до верхнего края сосуда $h_1 = 5 \text{ см}$, а во втором $h_2 = 6 \text{ см}$. Они стали класть в сосуды шайбочки массой 2 г , пока банки не затонули. В первой банке оказалось 25 шайб, а во второй 33. По этим данным определите массу пустой банки.

РЕШЕНИЕ

В каждом случае сила тяжести mg уравнивается силой Архимеда $F_A = \rho g V_{\text{погр}}$. Запишем условие плавания для пустого сосуда, и для сосуда с грузом в двух жидкостях

$$\left. \begin{aligned} mg &= \rho_1 g (V - h_1 S) \\ (m + m_1)g &= \rho_1 g V \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_1 = \rho_1 h_1 S; \quad \left. \begin{aligned} mg &= \rho_2 g (V - h_2 S) \\ (m + m_2)g &= \rho_2 g V \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_2 = \rho_2 h_2 S \quad (1)$$

Отсюда найдем отношение плотностей жидкостей

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2} \cdot \frac{m_2}{m_1} = \frac{5 \text{ см}}{6 \text{ см}} \cdot \frac{2 \cdot 33 \text{ г}}{2 \cdot 25 \text{ г}} = 1,1 \quad (2)$$

$$\text{Из (1) получим } \frac{m + m_2}{m + m_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1,1.$$

$$\text{Тогда масса пустой банки } m = \frac{m_2 - 1,1m_1}{0,1} = \frac{66 - 1,1 \cdot 50}{0,1} = 110 \text{ г}.$$

Ответ: 110 г

5. В сосуд, содержащий $m_1 = 0,5 \text{ кг}$ лимонада при температуре $t_1 = 20^\circ \text{C}$, добавили лед массой $m_2 = 0,05 \text{ кг}$ при температуре $t_2 = 0^\circ \text{C}$. Найдите равновесную температуру смеси. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, удельные теплоемкости воды и лимонада одинаковы $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$. Считайте, что в теплообмене участвуют только лед, лимонад и вода.

РЕШЕНИЕ

Количество тепла, которое отдает вода при охлаждении $Q_1 = m_1 c (t - t_1)$

Количество тепла, поглощенное льдом при таянии $Q_2 = m_2 \lambda$.

Количество тепла, поглощенное при нагревании воды, получившейся после таяния льда $Q_3 = m_2 c (t - t_2)$

$$m_1 c (t - t_1) + m_2 \lambda + m_2 c (t - t_2) = 0 \Rightarrow t = \frac{m_1 c t_1 - m_2 \lambda}{c(m_1 + m_2)} = \frac{0,5 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot 20 - 0,05 \cdot 3,3 \cdot 10^5}{4,2 \cdot 10^3 (0,5 + 0,05)} = 11^\circ \text{C}$$

Отсюда получим, что $t = 11^\circ \text{C}$

Ответ: 11°C

9 класс

1. Жонглер бросает мячи с одного и того же уровня вертикально вверх с одинаковыми начальными скоростями через одинаковые промежутки времени τ . Каждый мяч находится в полете в течение времени $T = 4\tau$. В момент бросания четвертого мяча расстояние между вторым и третьим мячами равно $S = 0,5 \text{ м}$. Найдите длительность полета мяча Т. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

РЕШЕНИЕ

В момент бросания четвертого мяча второй мяч находился в полете время 2τ , а третий - τ . Запишем координаты второго и третьего мячей и найдем расстояние между ними

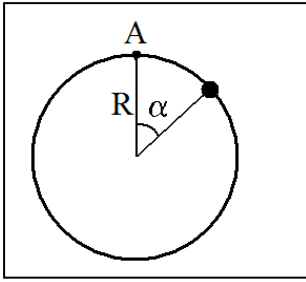
$$\left. \begin{aligned} y_2 &= v_0 2\tau - \frac{g 4\tau^2}{2} \\ y_3 &= v_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2} \end{aligned} \right\} S = y_2 - y_3 = v_0 \tau - \frac{g 3\tau^2}{2}. \quad (1)$$

Так как каждый мяч был в полете время 4τ , то $0 = v_0 4\tau - \frac{g 16\tau^2}{2}$; $\Rightarrow v_0 = 2g\tau$.

Подставляем начальную скорость в формулу (1) $S = 2g\tau^2 - \frac{g 3\tau^2}{2} = \frac{g \tau^2}{2} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2S}{g}}$

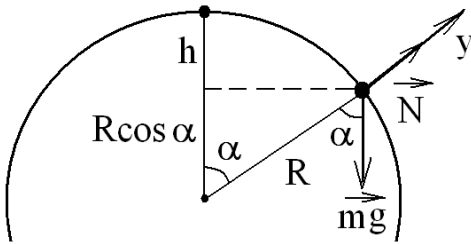
Тогда длительность полета мяча будет $T = 4 \sqrt{\frac{2S}{g}} = 1,3 \text{ с}$

Ответ: $T = 1,3 \text{ с}$



2. Бусинка массы m проедта сквозь проволочное кольцо, поставленное вертикально. Бусинка начинает соскальзывать из точки А. Найти зависимость величины силы давления бусинки на кольцо от угла α . Найти условие невесомости для бусинки.

РЕШЕНИЕ



Нарисован рисунок и расставлены действующие силы.

На бусинку действуют сила тяжести и сила реакции опоры N . Сила давления бусинки на кольцо равна силе реакции опоры.

По II закону Ньютона $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$. (1)

Центростремительное ускорение $a = \frac{v^2}{R}$.

Тогда в проекции на ось y : $N - mg \cos \alpha = -m \frac{v^2}{R}$.

Отсюда $N = mg \cos \alpha - m \frac{v^2}{R}$.

По закону сохранения энергии $mgh = \frac{mv^2}{2}$. Из рисунка $h = R(1 - \cos \alpha)$.

$$v^2 = 2gh = 2gR(1 - \cos \alpha)$$

Тогда сила реакции $N = mg \cos \alpha - 2mg(1 - \cos \alpha) = mg(3 \cos \alpha - 2)$

При невесомости $N=0$, следовательно, условие невесомости $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

Ответ: $F = mg(3 \cos \alpha - 2)$; $\cos \alpha = \frac{2}{3}$

3. К концам свинцовой проволоки длиной $L = 1$ м приложена разность потенциалов U . Через время $\tau = 0,93c$ от начала пропускания тока свинец начал плавиться. Найти разность потенциалов U . Начальная температура проволоки $t = 27^\circ C$, температура плавления свинца

$T = 327^\circ C$, плотность свинца $\rho = 11300 \frac{кг}{м^3}$, удельное сопротивление $\rho_1 = 2,1 \cdot 10^{-7} Ом \cdot м$,

удельная теплоемкость $c = 130 \frac{Дж}{кг \cdot K}$.

РЕШЕНИЕ

Количество теплоты, выделяемое в проволоке при пропускании тока, идет на нагревание про-

водника до температуры плавления $\frac{U^2}{R} \tau = cm(T - t)$. (1)

Масса проволоки $m = \rho V = \rho LS$.

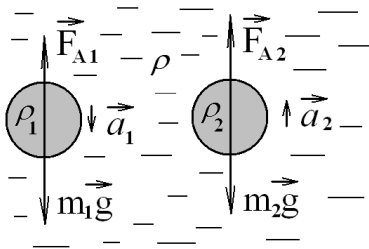
Сопротивление проволоки $R = \rho \frac{L}{S}$.

Подставляя в (1), получим $\frac{U^2 S}{\rho_1 \cdot L} \tau = c \rho LS(T-t) \Rightarrow U = \sqrt{\frac{c \rho_1 \rho L^2 (T-t)}{\tau}}$

$$U = \sqrt{\frac{130 \cdot 2,1 \cdot 10^{-7} \cdot 11,3 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 300}{0,93}} = 9,98 \approx 10 \text{ В}$$

Ответ: $U = 10 \text{ В}$

4. В сосуде с идеальной жидкостью падает с нулевой начальной скоростью шарик, плотность которого в 4 раза больше плотности жидкости. Другой шарик всплывает со дна этого сосуда за время, в два раза большее времени падения первого шарика. Во сколько раз плотность первого шарика больше, чем второго?



РЕШЕНИЕ

Нарисован рисунок и расставлены действующие силы
Запишем II закон Ньютона в проекции на ось y для двух случаев

$$\left. \begin{aligned} m_1 g - F_{A1} &= m_1 a_1 \\ m_2 g - F_{A2} &= -m_2 a_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Масса $m_1 = \rho_1 \cdot V_1$; Сила Архимеда $F_{A1} = \rho g V_1$ Аналогично для второго шарика. Подставляя эти выражения в (1), получим

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 g V_1 - \rho g V_1 &= \rho_1 V_1 a_1 \\ \rho_2 g V_2 - \rho g V_2 &= -\rho_2 V_2 a_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \rho_1 g - \rho g &= \rho_1 a_1 \\ \rho_2 g - \rho g &= -\rho_2 a_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Так как оба шарика проходят одинаковое расстояние, то $S = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_2 t_2^2}{2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2} = 4$

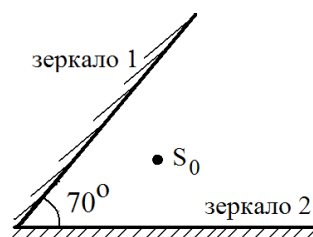
Тогда из уравнений (2) с учетом того, что $\rho_1 = 4\rho$, после деления получим

$$\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_2 - \rho} = -\frac{\rho_1 a_1}{\rho_2 a_2}; \quad \frac{\rho_1 - \rho}{\rho - \rho_2} = \frac{\rho_1 4 a_2}{\rho_2 a_2}; \quad \frac{4\rho - \rho}{\rho - \rho_2} = -\frac{4\rho 4}{\rho_2}$$

$$\text{Отсюда } \frac{3}{\rho - \rho_2} = \frac{16}{\rho_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{16}{19} \rho = \frac{16}{19} \cdot \frac{\rho_1}{4};$$

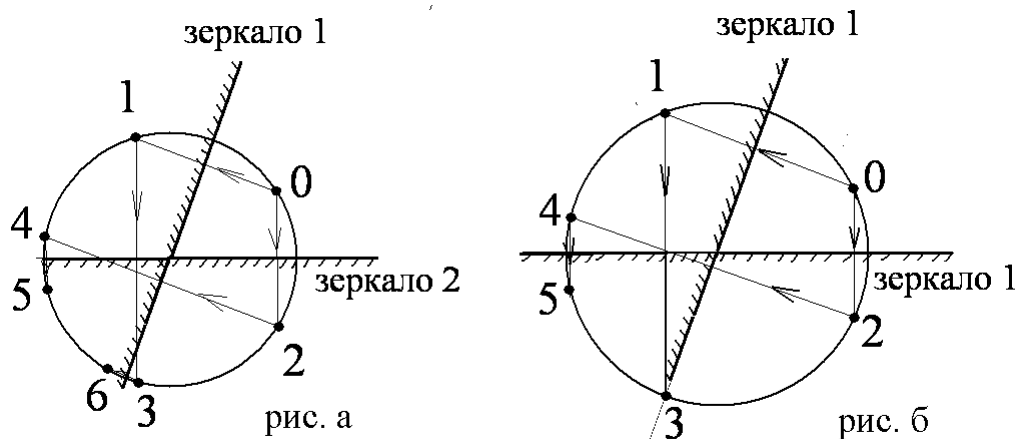
Тогда отношение плотностей шаров $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{19}{4} = 4,75$

Ответ: 4,75



5. Два плоских зеркала образуют угол $\alpha = 70^\circ$. Между ними находится источник. Сколько изображений источника можно увидеть в такой системе зеркал? Ответ проиллюстрировать чертежом.

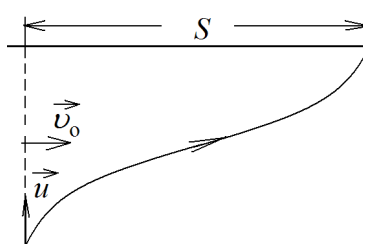
РЕШЕНИЕ



При небольшом смещении точки 0 число наблюдаемых отражений меняется (рис. а, б). Изображения 5,6 изображений не дадут, т.к. находятся не с отражающей стороны зеркал.

Ответ: 5 или 6

10 класс



1. Дети играют на берегу ручья шириной $L = 1$ м. Ваня с одного берега ручья запускает радиоуправляемый кораблик, а Петя на другом берегу ловит его и запускает обратно Ване. Ваня направляет кораблик таким образом, чтобы его скорость $u = 4$ м/с была направлена перпендикулярно течению. Скорость течения ручья возрастает пропорционально расстоянию от берега, достигая своего максимального значения $v_0 = 2$ м/с на середине реки. У берегов скорость течения равна нулю. На каком расстоянии S должен стоять Петя, чтобы кораблик попал ему в руки?

РЕШЕНИЕ

По оси y кораблик движется с постоянной скоростью, поэтому $y = ut$. Скорость течения меняется пропорционально расстоянию от берега, т.е. $v = ky = kut$. (1)

Коэффициент пропорциональности найдем, зная скорость на середине ручья $v_0 = kut_1$, где t_1 – время, за которое кораблик достигнет середины ручья. Так как $t_1 = \frac{L}{2u}$, то

$k = \frac{v_0}{ut_1} = \frac{v_0 \cdot 2u}{uL} = \frac{2v_0}{L}$. Подставляя в (1), получим скорость $v = \frac{2v_0 u}{L} t = a_x t$. Следовательно, дви-

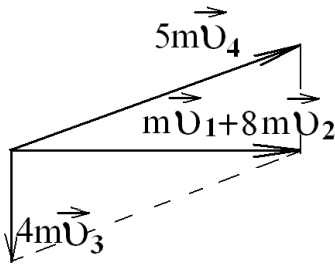
жение по оси x равноускоренное с ускорением $a_x = \frac{2v_0 u}{L}$. Тогда

$$x = \frac{at^2}{2}; \quad \frac{S}{2} = \frac{at_1^2}{2} = \frac{2v_0 u}{L \cdot 2} \cdot \frac{L^2}{4u^2} = \frac{v_0 L}{4u}. \quad \text{Весь путь } S = \frac{v_0 L}{2u} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 4} = 0,25 \text{ м}$$

Ответ: 0,25 м

2. Пуля массой m , летящая горизонтально со скоростью $v_1 = 200 \text{ м/с}$, попадает в небольшой шар массой $M = 8m$, летящий также горизонтально навстречу пуле со скоростью $v_2 = 20 \text{ м/с}$. В результате столкновения шар разбивается на две равные части. Первая часть шара падает точно под местом столкновения шаров через $t = 2 \text{ с}$ после столкновения. Вторая часть шара летит вместе с застрявшей в ней пулей. С какой скоростью эта часть шара упадет на землю, если столкновение шара с пулей произошло на высоте $h = 35 \text{ м}$? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

РЕШЕНИЕ



По закону сохранения импульса $m\vec{v}_1 + 8m\vec{v}_2 = 4m\vec{v}_3 + 5m\vec{v}_4$. На основании этого закона сделан чертеж. Нарисован рисунок, правильно расставлены вектора. Так как неизвестен угол, под которым летит второй осколок, будем использовать для решения теорему Пифагора

$$(5mv_4)^2 = (mv_1 - 8mv_2)^2 + (4mv_3)^2 \Rightarrow (5v_4)^2 = (v_1 - 8v_2)^2 + (4v_3)^2 \quad (1)$$

Находим скорость первой части шара (полетевшей вниз)

$$0 = h - v_3 t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow v_3 = \frac{h}{t} - \frac{gt}{2} = \frac{35}{2} - \frac{10 \cdot 2}{2} = 7,5 \text{ м/с}.$$

Из (1) находим скорость второй части снаряда

$$v_4 = \frac{\sqrt{(v_1 - 8v_2)^2 + 16v_3^2}}{5} = \frac{\sqrt{(200 - 20 \cdot 8)^2 + 16 \cdot 7,5^2}}{5} = 10 \text{ м/с}.$$

Используем закон сохранения энергии для второй части снаряда (приравниваем энергию осколка сразу после разрыва и в момент падения на землю)

$$5mgh + \frac{5mv_4^2}{2} = \frac{5mv_5^2}{2}; \quad gh + \frac{v_4^2}{2} = \frac{v_5^2}{2}; \quad v_5 = \sqrt{2gh + v_4^2} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 35 + 100} = 28,3 \text{ м/с}$$

Ответ: 28,3 м/с

3. Из проволоки длиной $L = 3 \text{ м}$ с сопротивлением $R = 500 \text{ Ом}$ необходимо изготовить нагреватель для включения в сеть с напряжением $U = 200 \text{ В}$. Чтобы не пережечь проволоку по ней можно пропускать ток не более $I_0 = 3 \text{ А}$. Нагреватель какой наибольшей мощности можно получить, используя данную проволоку? При изготовлении нагревателя проволоку можно резать на куски и соединять эти куски последовательно или параллельно.

РЕШЕНИЕ

Мощность нагревателя, изготовленного из целой проволоки $P_0 = \frac{U^2}{R}$, будет маленькой. Если

проволоку разрезать на кусочки и соединить их параллельно, то мощность будет $P = \frac{U^2 n}{r}$, где

r — сопротивление отрезанного кусочка проволоки, n — число кусочков. Таким образом, чем больше кусочков, тем больше будет мощность нагревателя. Но сопротивление не может быть

меньше, чем $r = \frac{U}{I_0}$, чтобы проволока не перегорела. Сопротивления

$$R = \frac{\rho L}{S}; \quad r = \frac{\rho \ell}{S}; \quad \frac{R}{r} = \frac{L}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{rL}{R} = \frac{UL}{I_0 R} = \frac{200 \cdot 3}{3 \cdot 500} = 0,4 \text{ м.}$$

Следовательно, проволоку длиной $L = 3 \text{ м}$ надо разрезать на $n = 7$ кусочков длиной $0,4 \text{ м}$, а оставшиеся $0,2 \text{ м}$ надо отбросить, т.к. если ее подсоединить параллельно с остальными, то она сгорит, а если последовательно, то общее сопротивление станет больше, а мощность меньше.

$$\text{Тогда получившаяся мощность } P = \frac{U^2 n}{r} = \frac{U^2 n I_0}{U} = U I_0 n = 200 \cdot 3 \cdot 7 = 4200 \text{ Вт}$$

Ответ: 4200 Вт

4. Колокол для подводных работ объемом $V = 10 \text{ м}^3$ опускается вверх дном с борта корабля на дно водоема глубиной $h = 20 \text{ м}$. Зашедшая в колокол вода вытесняется из него с помощью баллонов со сжатым воздухом. Объем одного баллона $V_0 = 40 \text{ л}$, давление внутри 200 атм . Найти минимальное количество баллонов, которое нужно подсоединить к колоколу с помощью шланга, чтобы вытеснить из него воду. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$. Атмосферное давление $P_0 = 10^5 \text{ Па}$. Температуру считать постоянной.

РЕШЕНИЕ

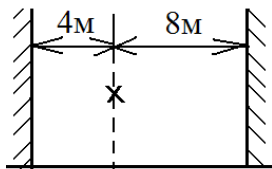
Давление на дне водоема будет равно $P_2 = P_0 + \rho gh = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 20 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$,

где $P_0 = 10^5 \text{ Па}$ - атмосферное давление, ρgh - давление столба воды. Уравнение состояния для воздуха в колоколе, находящемся над водой $\frac{m_1}{\mu} RT = P_0 V$, на дне водоема $\frac{m_2}{\mu} RT = P_2 V$, где m_2 - масса воздуха, необходимого, чтобы заполнить весь объем колокола. Следовательно, надо добавить массу $\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{(P_2 - P_0) V \mu}{RT}$.

Для одного баллона со сжатым воздухом можем записать $\frac{m_3}{\mu} RT = P_3 V_0 \Rightarrow m_3 = \frac{P_3 V_0 \mu}{RT}$.

Тогда число необходимых баллонов равно $n = \frac{\Delta m}{m_3} = \frac{(P_2 - P_0) V}{P_3 V_0} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10}{200 \cdot 10^5 \cdot 40 \cdot 10^{-3}} = 2,5$ баллона.

Ответ: 2,5 или 3

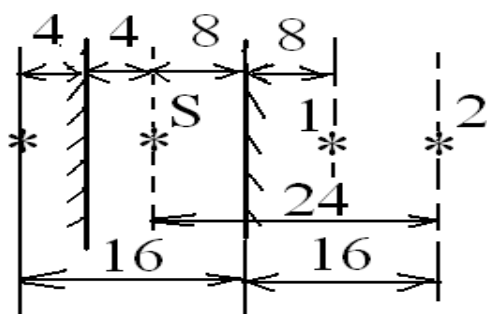


5. Между двумя плоскими параллельными зеркалами, расположенными вертикально, находится объект. Расстояния от объекта до зеркал указаны на рисунке. Найти расстояние между вторым изображением в правом зеркале и самим объектом. Счет вести от объекта слева направо. Ответ пояснить чертежом.

РЕШЕНИЕ

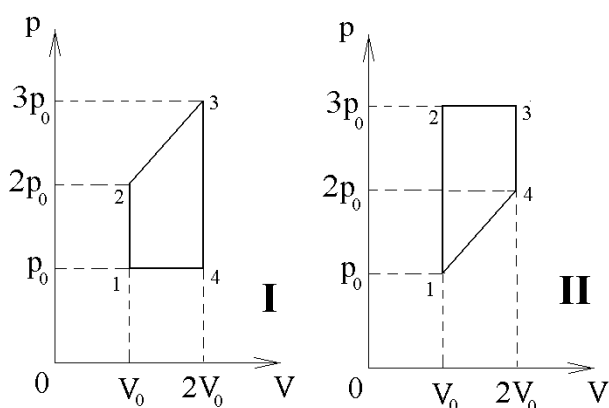
1- первое изображение объекта в правом зеркале

2- второе изображение в правом зеркале, для которого источником служит изображение в левом зеркале



Расстояния указаны на рисунке

Ответ: 24 м



11 класс

1. На двух диаграммах **I** и **II** представлены два циклических процесса, описывающих работу двух тепловых машин, рабочим телом которых является гелий.

1) В каком случае КПД больше и во сколько раз?

2) Изменится ли КПД тепловой машины **I**, а если изменится, то во сколько раз, если гелий заменить

а) кислородом O_2 , б) углекислым газом

CO_2 ?

Газы считать идеальными.

Примечание: Внутренняя энергия идеального газа находится по формуле $U = \frac{i}{2} \nu RT$, где ν – число моль,

T – абсолютная температура, i – число степеней свободы молекулы, $R = 8,31$ Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная. Для одноатомной молекулы $i = 3$, для двухатомной молекулы $i = 5$, для трех- и более атомной молекулы $i = 6$.

РЕШЕНИЕ

КПД тепловой машины равен $\eta = \frac{A}{Q_H}$, где A – работа за цикл, Q_H – полученное тепло от нагревателя.

Работа за цикл, изображенного в системе координат $p(V)$, можно найти как площадь цикла. В случае **I** и **II** работа будет одинаковой, так как площади фигур одинаковы:

$$A_I = A_{II} = \frac{1}{2}(p_0 + 2p_0)V_0 = \frac{3}{2} p_0 V_0$$

Тепло получается газом на участках 1-2-3 в двух случаях

$$Q_{HI} = \Delta U_{1-2-3} + A_{1-2-3} = \frac{i}{2}(6p_0V_0 - p_0V_0) + \frac{1}{2}(2p_0 + 3p_0)V_0 = \frac{p_0V_0}{2}(5i + 5)$$

$$Q_{HII} = \Delta U_{1-2-3} + A_{1-2-3} = \frac{i}{2}(6p_0V_0 - p_0V_0) + 3p_0V_0 = \frac{p_0V_0}{2}(5i + 6)$$

$$\eta_I = \frac{A_I}{Q_{HI}} = \frac{3}{5i+5}, \quad \eta_{II} = \frac{A_{II}}{Q_{HII}} = \frac{3}{5i+6}. \text{ Видно, что } \eta_I > \eta_{II}.$$

1) Таким образом, можно найти отношение $\frac{\eta_I}{\eta_{II}} = \frac{5i+6}{5i+5}$. Гелий – одноатомный газ, поэтому $i=3$.

$$\eta_I = \frac{3}{15+5} = \frac{3}{20} = 0,15, \quad \eta_{II} = \frac{3}{15+6} = \frac{3}{21} = 0,143$$

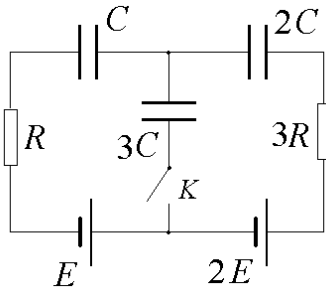
$$\frac{\eta_I}{\eta_{II}} = \frac{0,15}{0,143} = 1,05$$

2а) $\eta_I(O_2) = \frac{3}{5(5+1)} = \frac{3}{30} = 0,1$, так как кислород двухатомный и $i=5$.

КПД уменьшился в 1,5 раза

2б) $\eta_I(CO_2) = \frac{3}{5(6+1)} = \frac{3}{35} = 0,0857$, так как углекислый газ трехатомный и $i=6$.

КПД уменьшился в 1,75 раза.

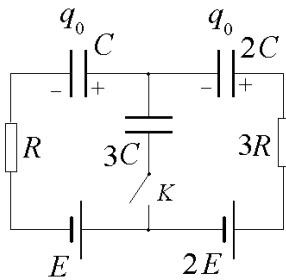


2. В электрическую схему, состоящую из трех незаряженных конденсаторов $C, 2C, 3C$ и двух резисторов R и $3R$, подключили два источника с ЭДС E и $2E$ (см. рисунок). Когда переходные процессы в схеме завершились, замкнули ключ K , после чего установилось новое установившееся состояние.

1) Во сколько раз отличаются величины работ, совершенных каждым источником после замыкания ключа K ?

2) Во сколько раз изменение энергии конденсаторов больше тепла, выделившегося в схеме после замыкания ключа K ?

РЕШЕНИЕ

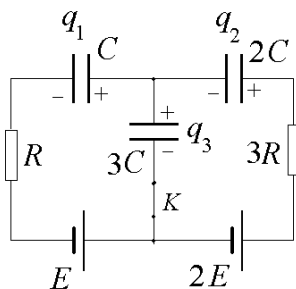


До замыкания ключа K , конденсаторы C и $2C$ были соединены последовательно и зарядились до одинакового заряда q_0 :

$$\frac{q_0}{C} + \frac{q_0}{2C} = E + 2E \Rightarrow \frac{3q_0}{2C} = 3E \Rightarrow q_0 = 2CE$$

После замыкания ключа K все конденсаторы перезарядятся и ток после этого прекратится.

Запишем второе правило Кирхгофа для двух контуров:



$$\frac{q_1}{C} - \frac{q_3}{3C} = E$$

$$\frac{q_2}{2C} + \frac{q_3}{3C} = 2E$$

Запишем закон сохранения заряда в замкнутой области:

$$q_1 + q_3 - q_2 = q_0 - q_0 = 0$$

Из первых двух уравнений выражаем

$$\begin{cases} q_1 = CE + \frac{q_3}{3} \\ q_2 = 4CE - \frac{2q_3}{3} \end{cases}$$

и подставляем в третье уравнение:

$$CE + \frac{q_3}{3} + q_3 - 4CE + \frac{2q_3}{3} = 0 \Rightarrow 2q_3 = 3CE \Rightarrow q_3 = \frac{3CE}{2}.$$

При этом $q_1 = CE + \frac{3CE}{2 \cdot 3} = \frac{3CE}{2},$

$$q_2 = 4CE - \frac{2}{3}q_3 = 4CE - CE = 3CE.$$

1) Таким образом, можно понять, что дополнительный заряд $\Delta q_1 = q_1 - q_0 = -\frac{1}{2}CE$ прошел через источник E , при этом источник совершил работу $A_1 = E\Delta q_1 = \frac{1}{2}CE^2.$

Аналогично, дополнительный заряд $\Delta q_2 = q_2 - q_0 = 3CE - 2CE$ прошел через источник $2E$, при этом этот источник совершил работу $A_2 = 2E\Delta q_2 = 4CE^2$ $A_2 = 2E\Delta q_2 = 2CE^2.$

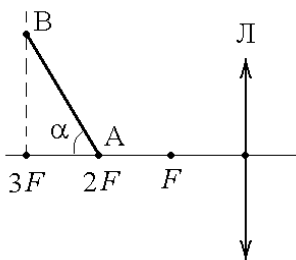
Работа источника $2E$ в 4 раза больше работы источника E .

2) Запишем закон изменения энергии системы: $A_{ист.} + A_{внеш} = \Delta W_{сист} + Q$

В этом случае внешние силы не совершают работу, поэтому $A_{внеш} = 0$

$$\Delta W_{сист} = \left(\frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{2 \cdot 2C} + \frac{q_3^2}{2 \cdot 3C} \right) - \left(\frac{q_0^2}{2 \cdot 2C} + \frac{q_0^2}{2 \cdot 3C} \right) = \frac{3}{4}CE^2$$

$Q = A_1 + A_2 - \Delta W_{сист} = \left(\frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{4} \right) CE^2 = \frac{3}{4}CE^2.$ Таким образом, количество выделившегося тепла равно изменению энергии конденсаторов.



3. Стержень AB расположен под углом $\alpha=60^\circ$ к главной оптической оси собирающей линзы L , причем его нижний конец A находится в двойном фокусе линзы, а верхний конец B лежит на перпендикуляре к главной оптической оси, проведенном через тройной фокус линзы (см. рис.).

1) Построить изображение стержня в линзе

2) На сколько градусов повернуто изображение стержня по отношению к самому стержню?

3) Каково линейное увеличение стержня в линзе?

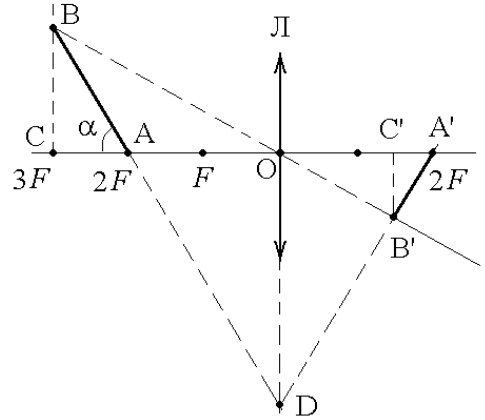
РЕШЕНИЕ

1) Для нахождения изображения отдельной точки в линзе достаточно провести два луча с известным продолжением после линзы

Один из лучей чаще всего выбирается тот, который проходит через центр линзы, не претерпевая излома.

Второй луч можно провести из точечного источника через левый двойной фокус собирающей линзы до плоскости линзы, а далее он должен пойти в правый двойной фокус.

В данной ситуации можно использовать один луч для двух точек В и А, проходящий через левый двойной фокус – ВAD, продолжение которого DB'A' пройдет через правый двойной фокус. Далее проведя лучи АОА' и ВОВ' до пересечения с лучом DB'A' получим изображение как двух точек А' и В', так и самого стержня А'В'.



2) Как видно из построения, треугольники AOD и A'OD одинаковы, так как у них одинаковы все стороны (AO = A'O = 2F). Поэтому углы $\angle OAD = \alpha = \angle OA'D = 60^\circ$. Таким образом изображение повернуто относительно предмета на 120° .

3) Рассчитаем расстояние OC' с помощью формулы тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{OC} + \frac{1}{OC'} \Rightarrow \frac{1}{OC'} = \frac{1}{F} - \frac{1}{3F} = \frac{2}{3F} \Rightarrow OC' = \frac{3}{2}F$$

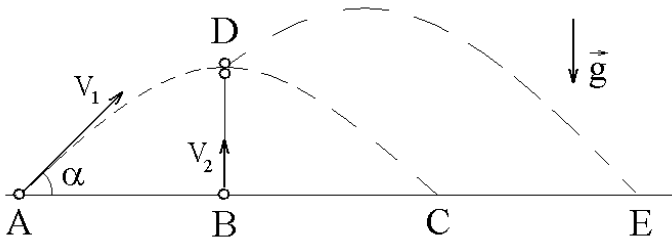
Линейное увеличение линзы для отрезка $CB = CA \cdot \operatorname{tg} \alpha = F \cdot \sqrt{3}$ равно

$$\Gamma = \frac{C'B'}{CB} = \frac{OC'}{OC} = \frac{3F/2}{3F} = \frac{1}{2}. \text{ Таким образом катет } C'B' = \Gamma \cdot CB = \frac{\sqrt{3}F}{2}. \text{ Второй катет}$$

$$C'A' = OA' - OC' = 2F - \frac{3}{2}F = \frac{1}{2}F. \text{ Длина изображения}$$

$$A'B' = \sqrt{(C'A')^2 + (C'B')^2} = \frac{F}{2} \sqrt{1+3} = F.$$

$$\text{Длина стержня } AB = \frac{CA}{\cos \alpha} = 2F. \text{ Линейное увеличение стержня равно } \Gamma_{cm} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2}.$$



4. Первокурсник Андрей со своей сестрой пятиклассницей Лилей пошли на соседний стадион "изучать движение тел в поле тяжести Земли", а если короче, играть в мяч. Андрей каждый раз бил ногой по своему мячу так, что тот начинал движение из точки А с поверхности земли со скоростью $V_1 = 10\sqrt{2}$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$, а падал в

точке С. Лиля расположилась посередине между точками А и С в точке В и стала бросать свой мячик вертикально вверх, чтобы "сбить" мяч своего брата. Когда она наконец попала, мяч Андрея улетел в точку Е, причем $AE = \frac{3}{2}AC$, а ее собственный мяч вернулся к ней в точку В.

1) С какой скоростью V_2 бросала Лиля свой мяч?

2) С какой скоростью V_2' вернется этот мяч в точку В?

Массы мячей одинаковы. Принять удар мячей абсолютно упругим; размерами мячей и сестры Лили пренебречь, то есть считать, что ее мяч начинал движение с поверхности земли; сопротивлением воздуха и трением между мячами во время удара пренебречь; ускорение свободного падения принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

РЕШЕНИЕ

Найдем формулы для дальности полета, высоты подъема и времени полета мяча из точки А до точки С:

$$AC = \frac{V_1^2 \sin 2\alpha}{g}; \quad h = \frac{V_1^2 \sin^2 \alpha}{2g}; \quad t_{AC} = \frac{2V_1 \sin \alpha}{g}.$$

Во время полета мяча Андрея его горизонтальная скорость не меняется, так как ускорение вертикально:

$$V_{1x} = V_1 \cos \alpha = \text{const}.$$

Так как мяч Лили вернулся назад вертикально, то сила удара была вертикальна и не повлияла на горизонтальную скорость мяча Андрея – она осталась такой же после удара. Если горизонтальная скорость не изменилась, а горизонтальное перемещение увеличилось в 1,5 раза, то и время полета от точки А до точки Е возросло в 1,5 раза. Учитывая, что до точки D мяч потратил половину времени t_{AC} , время движение мяча от точки D до точки Е равно

$$t_{DC} = t_{AE} - t_{AD} = 1,5t_{AC} - 0,5t_{AC} = t_{AC} = \frac{2V_1 \sin \alpha}{g}$$

Напишем уравнение движения мяча после удара от точки D до точки E в вертикальной проекции:

$$0 = h + V_y t_{DC} - \frac{gt_{DC}^2}{2}.$$

Отсюда найдем вертикальную скорость мяча после удара:

$$V_y = \frac{1}{t_{DC}} \left(\frac{gt_{DC}^2}{2} - h \right) = \frac{gt_{DC}}{2} - \frac{h}{t_{DC}} = V_1 \sin \alpha - \frac{V_1 \sin \alpha}{4} = \frac{3}{4} V_1 \sin \alpha$$

При ударе двух шаров из закона сохранения импульса и энергии можно получить такой результат:

так как вертикальная скорость первого мяча перед ударом равна нулю, а массы мячей одинаковы, то после удара второй мяч остановится, а первый приобретет его вертикальную скорость V_y (эффект бильiardных шаров) и продолжит свое движение.

Таким образом, становится понятным, что перед ударом мяч Лили имел вертикальную скорость $V_y = \frac{3}{4} V_1 \sin \alpha$ и находился на высоте $h = \frac{V_1^2 \sin^2 \alpha}{g}$.

По закону сохранения энергии для мяча Лили найдем его начальную скорость:

$$\frac{mV_2^2}{2} = \frac{mV_y^2}{2} + mgh \quad \Rightarrow \quad V_2 = \sqrt{V_y^2 + 2gh} = \sqrt{\frac{9}{16} V_1^2 \sin^2 \alpha + V_1^2 \sin^2 \alpha} = \frac{5}{4} V_1 \sin \alpha$$

$$V_2 = \frac{5}{4} \cdot 10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12,5 \text{ м/с}$$

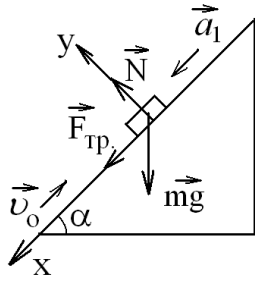
После удара этот мяч упал с высоты h без начальной скорости. Его скорость перед падением

$$V_2' = \sqrt{2gh} = V_1 \sin \alpha = 10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \text{ м/с}$$

5. Наклонная плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. По ней пускают вверх камень, который поднявшись на некоторую высоту, соскальзывает вниз по тому же пути. Каков коэф-

коэффициент трения камня о плоскость, если время спуска в два раза больше времени подъема?

РЕШЕНИЕ

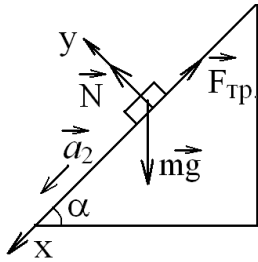


На рисунке расставлены действующие на тело силы.

Запишем II закон Ньютона для тела, поднимающегося по наклонной плоскости в проекции на координатные оси

$$\left. \begin{aligned} F_{mp} + mg \sin \alpha &= ma_1 \\ N - mg \cos \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{mp} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

Находим ускорение для первого случая $a_1 = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$



Аналогично находим ускорение для тела, спускающегося по плоскости.

$$\left. \begin{aligned} -F_{mp} + mg \sin \alpha &= ma_2 \\ N - mg \cos \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{mp} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$\text{Ускорение } a_1 = \frac{v_0}{t}; \text{ Путь } S = v_0 t_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{a_2 t_2^2}{2}.$$

Так как, $t_2 = 2t_1$, то $a_1 = 4a_2$.

$$g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 4g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \text{ отсюда получаем } 5\mu \cos \alpha = 3 \sin \alpha$$

Следовательно, коэффициент трения скольжения равен $\mu = \frac{3 \sin \alpha}{5 \cos \alpha} = \frac{3}{5} \operatorname{tg} \alpha = 0,6$.