

**МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ**  
**отборочного этапа**  
**олимпиады школьников «Наследники Левши» по физике**  
**2016/17 учебного года**  
**с ответами**



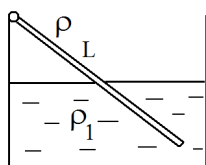
ФГБОУ ВО  
«Тул'sкий государственный университет»

Олимпиада школьников  
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике  
2016/17



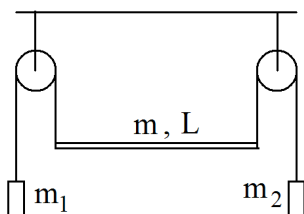
Отборочный этап

8 класс



Тонкая однородная палочка шарнирно закреплена за верхний конец. Нижняя часть палочки погружена в воду. Равновесие достигается тогда, когда палочка расположена наклонно и в воде находится её половина. Какова плотность материала из которого сделана палочка? Плотность воды  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ . **Ответ:  $750 \text{ кг/м}^3$**

2. Два друга должны попасть из точки А, находящейся на одном берегу реки в точку В на противоположном берегу. Первый решил плыть точно по прямой АВ, а второй решил держать курс перпендикулярно течению, а расстояние, на которое его снесёт, пробежать по берегу пешком. Кто из друзей попадет в точку В раньше и на какое время? Скорость течения реки  $V_1 = 1,2 \text{ м/с}$ , скорость бегуна  $V_2 = 4 \text{ м/с}$ , скорости пловцов одинаковы и равны  $V_3 = 2 \text{ м/с}$ . Ширина реки  $L = 200 \text{ м}$ . **Ответ: первый, на 5с**



3. Стержень массы  $m = 1 \text{ кг}$  длины  $L = 1,6 \text{ м}$  подвешен на нерастяжимой невесомой нити, концы которой переброшены через невесомые блоки. К концам нити подвешены грузы  $m_1 = 2 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 3 \text{ кг}$ . Груз какой массы и на каком расстоянии от левого края стержня надо подвесить, чтобы стержень оставался неподвижным в горизонтальном положении? **Ответ: 4кг, 1м**

4. Лампочка накаливания, расходующая мощность  $N = 54 \text{ Вт}$ , погружена в прозрачный калориметр, содержащий  $V = 0,65 \text{ л}$  воды. За  $T = 3 \text{ мин}$  вода нагревается на  $3,4^\circ \text{ C}$ . Какая часть расходуемой лампочкой энергии пропускается калориметром наружу в виде лучистой энергии? Какое минимальное время потребуется, чтобы вода закипела? Удельная теплоемкость воды  $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ , удельная теплота парообразования  $r = 330 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ , начальная температура воды  $t_0 = 20^\circ \text{ C}$ . **Ответ: 4,5%, 140мин**

5. Какая ошибка допущена при взвешивании тела объемом  $V = 1 \text{ л}$ , если при взвешивании в воздухе на рычажных весах тело было уравновешено медными гириями массой  $m_1 = 800 \text{ г}$ ? Плотность меди  $\rho_1 = 8800 \text{ кг/м}^3$ , воздуха  $\rho_0 = 1,29 \text{ кг/м}^3$ . Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . **Ответ: 0,14%**



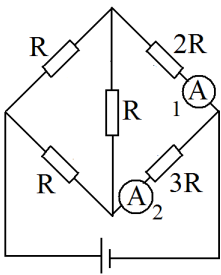
ФГБОУ ВО  
«Тульский государственный университет»

Олимпиада школьников  
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике  
2016/17



Отборочный этап

9 класс



В схеме, приведенной на рисунке, все сопротивления известны. Напряжение на источнике постоянное. Определить показание амперметра под номером два, если показания первого амперметра 6А. **Ответ: 3А**

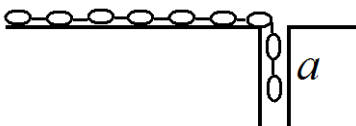
2. Свинцовый шарик падает с высоты  $h = 20\text{ м}$  и при неупругом ударе о горизонтальную поверхность нагревается на  $1^\circ\text{ С}$ . При падении с какой минимальной высоты  $H$  шарик расплавится? Удельная теплоемкость свинца  $c = 140 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ , удельная теплота плавления свинца

$\lambda = 25 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ , температура плавления свинца  $t = 327^\circ\text{ С}$ , температуру воздуха считать

одинаковой по всей высоте и равной  $t_0 = 27^\circ\text{ С}$ . Теплоотдачу в окружающую среду считать одинаковой по всей высоте. **Ответ: 9,6 км**

3. Во сколько раз период обращения спутника, движущегося на высоте  $H_1 = 21600\text{ км}$  от поверхности Земли, больше периода обращения спутника, движущегося на высоте  $H_2 = 600\text{ км}$  от её поверхности? Радиус Земли  $R = 6400\text{ км}$ . **Ответ: в 8 раз**

4. С высоты  $h = 5\text{ м}$  с некоторой скоростью  $V$ , направленной под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту бросили небольшой камень. В верхней точке радиус кривизны его траектории оказался равен  $R = 9\text{ м}$ . Чему равна максимальная высота подъема камня  $H$ ? Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10\text{ м/с}^2$ . **Ответ: 6,5 м**



5. Однородная цепочка длиной  $L = 2,5\text{ м}$  лежит на абсолютно гладкой поверхности стола. Небольшую часть цепочки пропускают в отверстие, сделанное в столе. В начальный момент времени лежащий на столе конец цепочки придерживают, а затем отпускают и цепочка начинает скользить под действием силы тяжести свешивающегося конца. Определить скорость движения цепочки в момент, когда длина свешивающейся части будет равна  $a = 0,6\text{ м}$  и ускорение в тот же момент времени. Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10\text{ м/с}^2$ . **Ответ: 1,2 м/с,  $2,4\text{ м/с}^2$**



ФГБОУ ВО  
«Тулский государственный университет»  
Олимпиада школьников  
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике  
2016/17



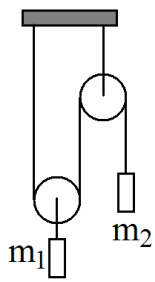
Отборочный этап

10 класс

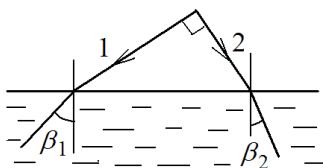
1. Два одинаковых пластилиновых шарика массой  $m = 100 \text{ г}$  бросают с поверхности земли одновременно с одинаковыми скоростями  $V = 5 \text{ м/с}$  под углом  $\alpha = 60^\circ$ . Их траектории находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях. В верхней точке траектории шарики неупруго сталкиваются друг другом. Определить скорость шариков сразу после столкновения. Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . **Ответ: 1,77 м/с**

2. Небольшая шайбочка начинает скользить без начальной скорости с высоты  $H = 2,4 \text{ м}$  по гладкой наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha = 60^\circ$  с горизонтом. В конце наклонной плоскости она абсолютно упруго ударяется о горизонтальную поверхность. Найти максимальную высоту подъёма шайбочки над горизонтальной поверхностью. Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . **Ответ: 1,8 м**

3. Проволоку сопротивлением  $R = 25 \text{ Ом}$  разрезали на несколько частей, соединили их параллельно и подключили к источнику напряжением  $U = 20 \text{ В}$ . За 2 минуты в этой цепи выделилось  $Q = 48 \text{ кДж}$  тепла. На сколько частей разрезали проволоку? Какова сила тока, текущего через каждое из получившихся сопротивлений? **Ответ: 5 частей, 4 А**



4. К оси подвижного блока прикреплен груз массы  $m_1 = 2 \text{ кг}$ . Груз какой массы нужно подвесить к концу нити перекинутой через неподвижный блок, чтобы первый груз а) покоился; б) двигался вверх с ускорением  $\frac{g}{8}$ ; в) двигался вверх с ускорением  $\frac{g}{4}$ ? Ускорение свободного падения считать равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . **Ответ: 1 кг; 1,5 кг; 2,5 кг**



5. Взаимно перпендикулярные лучи 1 и 2 идут из воздуха в жидкость. Углы преломления  $\beta_1 = 45^\circ$   $\beta_2 = 30^\circ$ . Определите показатель преломления жидкости. **Ответ: 1,15**



ФГБОУ ВО  
«Тульский государственный университет»

Олимпиада школьников  
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике  
2016/17



Отборочный этап  
11 класс

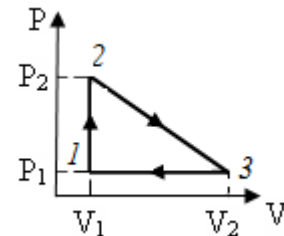
1. К потолку вагона подвесили на нити, шарик массой 0,1 кг. При движении вагона по окружности со скоростью 108 км/ч нить отклонилась от вертикали на угол  $\alpha = 30^\circ$ . Найти радиус окружности и силу натяжения нити.

Ответ: 1,13Н, 159м

2. Один моль идеального трехатомного газа совершает циклический процесс, изображенный на P-V диаграмме, где  $P_2 = 3P_1$ , а  $V_2 = 5V_1$ . Найти к.п.д. этого цикла.

Примечание:  $i = 6$  – число степеней свободы трехатомного газа,  $R = 8,31$  Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная.

Ответ: 20%



3. К пружине подвесили грузик и система стала совершать колебания с периодом  $T_1 = 0,6$  с. После того, как к пружине подвесили еще один добавочный груз система стала совершать колебания с периодом  $T_2 = 0,8$  с. На сколько удлинилась пружина от прибавления добавочного груза? Ответ: 7см

4. Заряженный конденсатор, отключенный от источника напряжения, имеет энергию  $W = 1$  Дж. Найти диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  заполняющего его диэлектрика, если на удаление диэлектрика из конденсатора надо затратить работу  $A = 4$  Дж. Ответ: 5

5. Частица с зарядом  $q = 20$  мкКл и массой  $m = 10^{-6}$  кг, ускоренная разностью потенциалов  $U = 20$  В влетает в магнитное поле с индукцией  $B = 1$  Тл со скоростью  $v = 500$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к линиям индукции. Найти радиус траектории. Ответ: 12,5м

**МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ**  
**заключительного этапа**  
**олимпиады школьников «Наследники Левши» по физике**  
**2016/17 учебного года**  
**с решениями**

## 8 класс

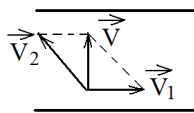
1. От бакена, который находится на середине широкой реки, отошли две лодки. Лодки стали двигаться по взаимно перпендикулярным прямым: Лодка 1 двигалась вдоль реки, а лодка 2 – поперек. Удалившись на одинаковое расстояние от бакена, лодки вернулись затем обратно. Найти отношение времен движения лодок  $\frac{\tau_1}{\tau_2}$ , если скорость каждой лодки относительно воды в 1,2 раза больше скорости течения реки.

## РЕШЕНИЕ

Скорость движения лодки  $V_2 = 1,2V_1$ .

Найдем время движения 1-ой лодки. Её скорость при движении по течению равна  $V_1 + V_2$ , а при движении против течения  $V_2 - V_1$ . Тогда общее время движения первой

$$\text{лодки } t_1 = \frac{L}{V_1 + V_2} + \frac{L}{V_2 - V_1} = \frac{2V_2L}{V_2^2 - V_1^2}.$$

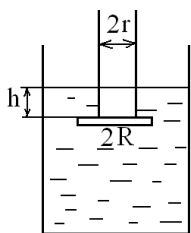


Для второй лодки скорость движения от бакена и к бакену будет одинаковой и равной  $t_2 = \frac{2L}{V} = \frac{2L}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}$ . Скорость движения

лодки  $V_2 = 1,2V_1$ .

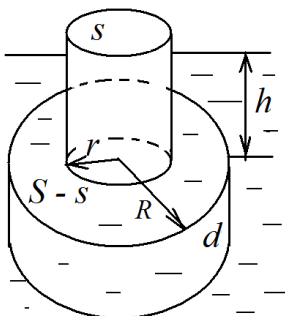
$$\text{Тогда отношение времен } \frac{t_1}{t_2} = \frac{V_2 \sqrt{V_2^2 - V_1^2}}{V_2^2 - V_1^2} = \frac{1,2 \sqrt{1,44 - 1}}{1,44 - 1} = 1,8.$$

**Ответ: 1,8**



2. На дне аквариума глубиной 40 см лежит стеклянная пластинка в форме диска радиусом  $R = 6$  см, толщиной  $d = 0,5$  см. Два друга решили поднять пластинку, не прикасаясь к ней руками. Первый мальчик взял тонкостенную трубку радиусом  $r = 3$  см, плотно прижал к стеклу, выкачал из трубки воду и стал медленно поднимать трубку со стеклянной пластиной вверх. Второй проделал то же самое, но взял трубку квадратного сечения со стороной  $a = 3$  см. Удастся ли друзьям достать таким образом диск из воды?

Если попытка окажется неудачной, то на каком расстоянии от поверхности воды  $h$  диск отвалится от трубки в каждом из этих опытов? Плотность стекла  $\rho_1 = 2500 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



## РЕШЕНИЕ

а стеклянный диск действуют три силы: сила тяжести  $mg$ , сила давления жидкости на верхнюю грань диска  $p(S - s) = \rho_2 gh \pi (R^2 - r^2)$ , сила давления на нижнюю грань диска  $\rho_2 g (h + d) \pi R^2$ . Запишем условие равновесия

$$mg + \rho_2 gh\pi(R^2 - r^2) - \rho_2 g(h + d)\pi R^2 = 0.$$

Учитывая, что  $m = \rho_1 d\pi R^2$ , найдем, что диск оторвется от трубки на высоте

$$h = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)d\left(\frac{R}{r}\right)^2 = \left(\frac{2500}{1000} - 1\right)0,5\left(\frac{6}{3}\right) = 3\text{см}$$

Для второго опыта запишем аналогичное условие

$$mg + \rho_2 gh(\pi R^2 - a^2) - \rho_2 g(h + d)\pi R^2 = 0.$$

в этом случае условие отрыва  $h = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)d\pi\left(\frac{R}{a}\right)^2 = \left(\frac{2500}{1000} - 1\right)0,5\pi\left(\frac{6}{3}\right) = 9,42\text{см}.$

Следовательно, вынуть стеклянную пластинку из воды таким образом не получится, у первого мальчика она оторвется ближе к поверхности воды, чем у второго.

**Ответ: 3см, 9,42см**

3. Школьники решили изготовить фигурки из олова. Для этого они расплав олова, имеющий температуру равную температуре плавления, разлили в четыре железные формочки емкостью 50 мл, находившиеся в калориметре с тающим льдом массой  $m_1 = 1$  кг и закрыли калориметр крышкой. 1) Какая температура будет в калориметре после установления теплового равновесия? 2) Какая установится температура, если формочек будет 10?

Теплоемкостью калориметра пренебречь. Масса формочек  $m_2 = 20\text{г}$ . Удельная теплоемкость льда  $c_1 = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ , удельная теплоемкость воды  $c_2 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ , удельная теплота

плавления льда  $\lambda_1 = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ , температура плавления олова  $t = 232^\circ \text{C}$ , удельная теплота

плавления олова  $\lambda_2 = 0,58 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ , удельная теплоемкость олова  $c_3 = 230 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ , удельная

теплоемкость железа  $c_4 = 460 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ , плотность олова  $\rho = 7300 \text{кг} / \text{м}^3$ .

## РЕШЕНИЕ

При плавлении 1кг льда поглощается количество теплоты  $Q_1 = m_1 \lambda_1 = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}$

Масса олова в одной формочке:  $m_3 = \rho V = 0,365 \text{ кг}$ .

Количество тепла, выделяющегося при кристаллизации олова в одной формочке

$$Q_2 = m_3 \lambda_2 = 0,212 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

1) При остывании этой порции до  $0^\circ \text{C}$  выделяется  $Q_3 = m_3 c_3 t = 0,195 \cdot 10^5 \text{ Дж}$ .

При остывании 4 формочек выделится  $4(Q_2 + Q_3) = 1,63 \cdot 10^5 \text{ Дж}$ .

Сравнивая это количество теплоты с  $Q_1$ , приходим к выводу, что лед полностью не растает, следовательно, конечная температура  $t_1 = 0^\circ \text{C}$ .

2) Если количество формочек  $N=10$ , то температура будет выше  $0^\circ \text{C}$ . Запишем уравнение теплового баланса

$$m_1 \lambda_1 + m_1 c_2 (t_{\kappa} - 0) - m_3 \lambda_2 N + m_3 c_3 (t_{\kappa} - t) N + m_2 c_4 t_{\kappa} N = 0.$$



Подставляя в это уравнение числовые данные, получим конечную температуру

$$t_{\kappa} = t_2 = 15^{\circ}C.$$

**Ответ: 1)  $t_1 = 0^{\circ}C$ ; 2)  $t_{\kappa} = t_2 = 15^{\circ}C$**

4. В сосуде с жидкостью, имеющей плотность  $\rho_{ж}$ , плавает кусок льда. Как изменится уровень смеси жидкости и воды после того как лед растает? Рассмотреть три случая: 1)  $\rho_{ж} = \rho_{\text{в}}$ , 2)  $\rho_{ж} > \rho_{\text{в}}$ , 3)  $\rho_{ж} < \rho_{\text{в}}$ . Ответ аргументировать. Для справок: плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ , плотность льда  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ .

### РЕШЕНИЕ

Обозначим  $V_1$  - объем погруженной в жидкость части льда,  $V_2$  - объем воды, получающийся при таянии льда,  $V$  - объем льда.

Из условия плавания  $mg = F_A$ ,  $\rho V g = \rho_{ж} V_1 g$  определяем  $V_1 = \frac{\rho V}{\rho_{ж}}$ .

Из равенства масс льда и получившейся из него воды определяем  $V_2 = \frac{\rho V}{\rho_{\text{в}}}$ .

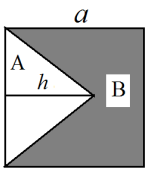
Определим разность этих объемов  $V_1 - V_2 = V \left( \frac{\rho}{\rho_{ж}} - \frac{\rho}{\rho_{\text{в}}} \right)$ .

1) Если  $\rho_{ж} = \rho_{\text{в}}$ , то объёмы одинаковы и уровень жидкости не изменится.

2) Если  $\rho_{ж} > \rho_{\text{в}}$ , то  $V_2 > V_1$ , уровень жидкости повысится.

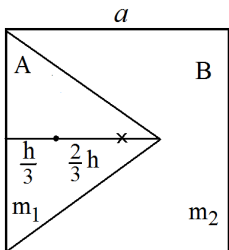
3) Если  $\rho_{ж} < \rho_{\text{в}}$ , то  $V_2 < V_1$ , уровень жидкости понизится.

**Ответ: 1) не изменится 2) повысится 3) понизится**



5. Из квадратной однородной пластинки со стороной  $a = 12 \text{ см}$  вырезали равнобедренный треугольник (А) высотой  $h = 9 \text{ см}$  и удалили его. На каком расстоянии от центра квадрата находится центр тяжести полученной фигуры (В)

### РЕШЕНИЕ



Отношение масс вырезанной части и всего квадрата равно отношению их площадей  $\frac{m_1}{m} = \frac{S_1}{S} = \frac{ha}{2} \cdot \frac{1}{a^2} = \frac{h}{2a}$ . тогда масса вырезанной части

$$m_1 = \frac{mh}{2a}.$$

Масса оставшейся фигуры  $m_2 = m - m_1 = m \left( \frac{2a - h}{2a} \right)$ .

Представим квадрат состоящим из двух частей А и В. Учтём, что центр масс треугольника находится на его высоте на расстоянии  $\frac{h}{3}$  от основания. Запишем условие равновесия частей А и В относительно центра квадрата

$m_1 g \left( \frac{a}{2} - \frac{h}{3} \right) = m_2 g X$ . Отсюда, подставляя массы, получим расстояние от центра квадрата до

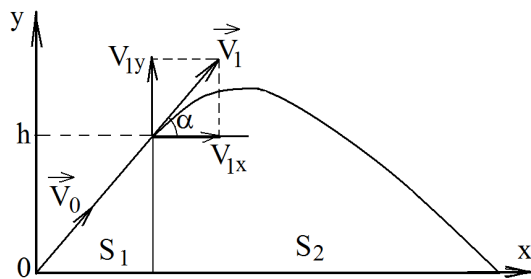
центра масс фигуры В:  $X = \frac{h(3a - 2h)}{6(2a - h)} = \frac{9(3 \cdot 12 - 2 \cdot 9)}{6(2 \cdot 12 - 9)} = \frac{9}{5} = 1,8 \text{ см}$ .

Ответ: 1,8 см

## 9 класс

1. Самолет, оторвавшись от взлетной дорожки, летит по прямой линии, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ , с начальной скоростью  $V_0 = 50 \text{ м/с}$  и с ускорением  $a = 8,75 \text{ м/с}^2$ . Из самолета, спустя время  $t_1 = 4 \text{ с}$  после отрыва его от земли, брошено вертикально вниз тело со скоростью  $V_2 = 12,5 \text{ м/с}$  относительно самолета. На каком расстоянии от места взлета самолета тело упадет на Землю? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

## РЕШЕНИЕ



Скорость самолета через время  $t_1$  будет

$$V_1 = V_0 + at = 50 + 8,75 \cdot 4 = 85 \text{ м/с}.$$

Расстояние, которое он пролетит за это время

$$L = V_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2} = 270 \text{ м}.$$

В этот момент высота подъема самолёта

$$h = L \sin \alpha = 135 \text{ м},$$

$$S_1 = L \cos \alpha = 233,8 \text{ м}.$$

Для сброшенного с самолёта тела начальная скорость по оси X равна  $V_{1x} = V_1 \cos \alpha = \text{const}$ , по оси Y начальная скорость равна  $V_{1y} = (V_1 \sin \alpha - V_2)$ .

Чтобы определить время полета тела, запишем уравнение кинематики по оси Y:

$$0 = h + (V_1 \sin \alpha - V_2)t_2 - \frac{gt_2^2}{2},$$

После подстановки числовых данных получаем квадратное уравнение

$$t_2^2 - 6t_2 - 27 = 0. \text{ Решая это уравнение, получаем } t_2 = 9 \text{ с}.$$

Тело упадет на землю на расстоянии  $S = S_1 + V_1 \cos \alpha t_2 = 233,8 + 85 \cdot 9 \cdot 0,866 = 896 \approx 900 \text{ м}$ .

Ответ: 900 м

2. На неподвижный шар массы  $m_2$ , находящийся на гладкой горизонтальной плоскости, налетает шар массы  $m_1$ , скорость которого  $V = 3 \text{ м/с}$ . Найти 1) направления движения и скорости шаров после абсолютно упругого удара, если удар центральный. Рассмотреть 3 случая а)  $m_1 = 2m_2$ ; б)  $m_2 = 2m_1$ ; в)  $m_1 = m_2$   
2) Угол разлета шаров, если удар упругий, нецентральный и  $m_1 = m_2$ .

## РЕШЕНИЕ

1) Удар центральный, абсолютно упругий.

По закону сохранения импульса  $m_1V = m_1V_1 + m_2V_2$ . (1) Отсюда  $V_1 = V - \frac{m_2}{m_1}V_2$ . (2)

По закону сохранения энергии  $\frac{mV^2}{2} = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} \Rightarrow V^2 = V_1^2 + \frac{m_2}{m_1}V_1^2$ . (3)

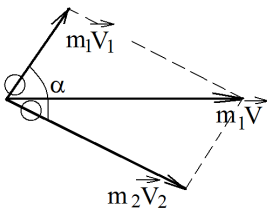
Подставляя (2) в (3) получим  $V_2 = \frac{2Vm_1}{m_1 + m_2}$ ;  $V_1 = \frac{V(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$ . (4)

а)  $m_1 = 2m_2$ ; Подставляя в (4), получим  $V_1 = \frac{Vm_2}{3m_2} = 1 \text{ м/с}$ ,  $V_2 = \frac{2V2m_2}{3m_2} = 4 \text{ м/с}$ .

б)  $m_2 = 2m_1$ ; Получаем  $V_1 = \frac{V(-m_1)}{3m_1} = -1 \text{ м/с}$ ;  $V_2 = \frac{2Vm_1}{3m_1} = 2 \text{ м/с}$ .

в)  $m_2 = m_1$ ; Тогда  $V_1 = 0$ ;  $V_2 = \frac{2Vm_1}{2m} = 3 \text{ м/с}$ . В этом случае тела обмениваются скоростями.

2) Удар нецентральный, упругий,  $m_2 = m_1$ ;



В этом случае шары разлетаются под некоторым углом.

На основании закона сохранения импульса  $m_1\vec{V} = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2$ , используя теорему косинусов, получим

$$(m_1V)^2 = (m_1V_1)^2 + (m_2V_2)^2 + 2m_1m_2V_1V_2 \cos \alpha,$$

$$\text{откуда } V^2 = V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \alpha \quad (5)$$

$$\text{Из закона сохранения энергии } \frac{mV^2}{2} = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} \Rightarrow V^2 = V_1^2 + V_1^2$$

(6)

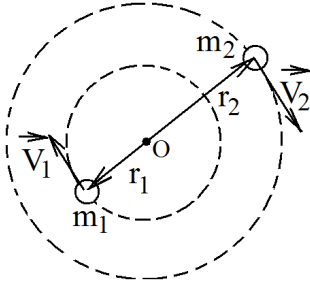
Сравнивая (5) и (6) получаем  $\alpha = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ .

3. Две звезды движутся по круговым орбитам вокруг центра масс с постоянными по абсолютной величине скоростями  $V_1 = 100 \text{ км/с}$  и  $V_2 = 150 \text{ км/с}$  с периодом  $T = 300$  земных лет.

Найти массы звезд и расстояние  $L$  между ними. Гравитационная постоянная

$$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{кг^2}.$$

### РЕШЕНИЕ



Центр масс двух звезд находится в точке  $O$  на прямой, соединяющей их. Тогда расстояние между этими звездами равно сумме радиусов их орбит, т.е.  $L = r_1 + r_2$ .

$$\text{Зная период оборота звезд } T = \frac{2\pi r_1}{V_1} = \frac{2\pi r_2}{V_2}, \quad (1)$$

находим радиус орбиты первой звезды (300 земных лет переводим в секунды)

$$r_1 = \frac{TV_1}{2\pi} = \frac{300 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 10^5}{2\pi} = 1,51 \cdot 10^{14} \text{ м.} \quad \text{Из (1) следует,}$$

что радиус орбиты второй звезды равен  $r_2 = r_1 \frac{V_2}{V_1} = 2,26 \cdot 10^{14} \text{ м.}$

Тогда  $L = r_1 + r_2 = 3,76 \cdot 10^{14} \text{ м.}$

Сила взаимодействия звезд  $F = ma_u$ . Центробежное ускорение  $a_u = \frac{V^2}{r}$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Gm_1m_2}{L^2} = \frac{m_1V_1^2}{r_1} \Rightarrow m_2 = \frac{L^2V_1^2}{Gr_1} = 1,41 \cdot 10^{35} \text{ кг} \\ \frac{Gm_1m_2}{L^2} = \frac{m_2V_2^2}{r_2} \end{array} \right.$$

Аналогично масса первой  $m_1 = 2,11 \cdot 10^{35} \text{ кг.}$

4. Висевший на улице моток проволоки покрылся ровным слоем льда. Чтобы не повредить проволоку, решили лед растопить. Какое минимальное напряжение надо приложить к концам проволоки, чтобы лед растаял за 10 минут? Считать, что на таяние льда тратится 60% выделяющейся в проволоке энергии. Температура на улице  $t = -10^\circ \text{C}$ . Длина проволоки  $L = 10 \text{ м}$ , диаметр проволоки  $d = 0,4 \text{ мм}$ , диаметр проволоки с намерзшим льдом  $D = 1,2 \text{ мм}$ , удельная теплоемкость льда  $c_1 = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ , удельная теплоемкость воды  $c_2 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ , удельное сопротивление меди  $\rho_1 = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , плотность льда  $\rho_2 = 900 \text{ кг} / \text{м}^3$ .

### РЕШЕНИЕ

Количество теплоты, выделяющейся в проводнике при пропускании тока находим по закону

$$\text{Джоуля-Ленца } Q = \frac{U^2}{R} \tau, \quad \text{где } \tau \text{ - время.} \quad (1)$$

$$\text{Сопротивление проводника } R = \frac{\rho_1 L}{S} = \frac{\rho_1 L^4}{\pi d^2}. \quad (2)$$

На нагревание и плавление льда идет 60% от выделяющейся в проводнике энергии

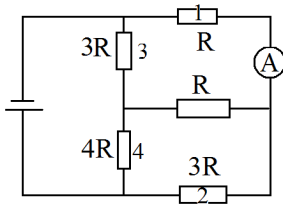
$$\frac{0,6U^2}{R} \tau = mc(0-t) + m\lambda. \quad (3)$$

$$\text{Масса слоя льда } m = \rho_2 V = \rho_2 L \left( \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right), \quad (4)$$

где  $D$  – диаметр проволоки вместе со льдом,  $d$  – диаметр проводника.

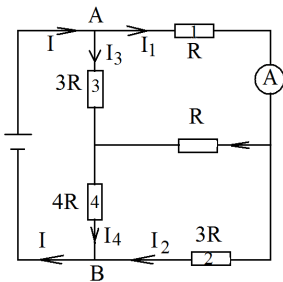
Подставляя (2) и (4) в (3), получим необходимое напряжение

$$U = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2 L^2}{0,6\tau} \left[ \left( \frac{D}{d} \right)^2 - 1 \right] (\lambda - ct)} = 34,5 \text{ В}$$



- 5 На приведенной схеме амперметр показывает силу тока 14 mA. Определить силу тока в резисторе № 4.

### РЕШЕНИЕ



Сумма токов выходящих из узла А равна сумме токов, входящих в узел В

$$I_1 + I_3 = I_4 + I_2 \quad (1)$$

Напряжение между узлами А и В можно определить двумя способами

$$U = I_3 3R + I_4 4R \Rightarrow I_3 = \frac{U}{3R} - \frac{4I_4}{3} \quad (2)$$

$$U = I_1 R + I_2 3R \Rightarrow I_2 = \frac{U}{3R} - \frac{I_1}{3} \quad (3)$$

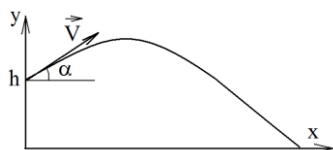
Подставляем (2) и (3) в (1) получаем  $I_1 + \frac{U}{3R} - \frac{4I_4}{3} = I_4 + \frac{U}{3R} - \frac{I_1}{3}$ . (4)

Из (4) получаем  $I_4 = \frac{4}{7} I_1 = \frac{4 \cdot 14}{7} = 8 \text{ mA}$

## 10 класс

1. С вышки высотой  $H = 10$  м бросают небольшие камни со скоростью  $V = 10$  м/с под разными углами. 1) Чему равно максимальное расстояние от подножия вышки до точки падения камня? 2) Под каким углом к горизонту надо для этого бросать камень? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Справка:  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$ .

## РЕШЕНИЕ



Дальность полета тела  $x = S = V \cos \alpha t$ .

$$\text{Выразим время полета } t = \frac{S}{V \cos \alpha} \quad (1)$$

Уравнение кинематики по оси y:

$$y = h + V \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Учтём, что в конце траектории  $y = 0$ , и подставим время полёта

$$0 = h + S \operatorname{tg} \alpha - \frac{gS^2}{2V^2 \cos^2 \alpha}. \quad (3)$$

Используя, что  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$  и проведя преобразования, получим квадратное уравнение

$$\operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{2V^2}{gS} \operatorname{tg} \alpha + 1 - \frac{h}{gS} = 0 \quad (4)$$

Решая уравнение (4), получим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V^2}{gS} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{g^2 S^2}{V^4} + \frac{2gh}{V^2}} \right) \quad (5)$$

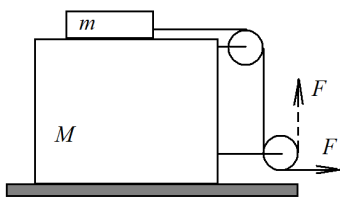
Так как  $1 - \frac{g^2 S^2}{V^4} + \frac{2gh}{V^2} \geq 0$ , то  $S \leq \frac{V \sqrt{V^2 + 2gh}}{g}$ ,

т.е. максимальная дальность  $S_{\max} = \frac{V \sqrt{V^2 + 2gh}}{g} = \frac{10 \sqrt{100 + 200}}{10} = 17,3$  м в (5)

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V}{\sqrt{V^2 + 2gh}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Следовательно, дальность полёта будет максимальной, если тело

бросать под углом  $\alpha = 30^\circ$ .

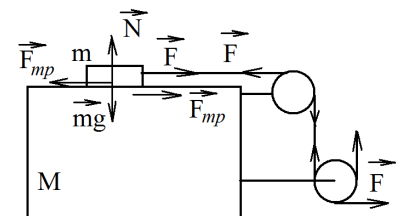
Ответ :  $\alpha = 30^\circ$



2. Брусок массой  $M = 15$  кг может без трения перемещаться по горизонтальной поверхности. К бруску прикреплены два невесомых блока, через которые перекинута невесомая нить с грузом  $m = 10$  кг, как показано на рисунке. Коэффициент трения между грузом и бруском  $\mu = 0,6$ . С каким ускорением будет двигаться брусок, если к свободному концу веревки приложить силу равную  $F = 80$  Н? Будет ли груз скользить по столу, при какой вели-

чине силы начнется скольжение? Рассмотреть два случая: 1) сила направлена горизонтально, 2) сила направлена вертикально вверх. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

## РЕШЕНИЕ



1) Запишем уравнение динамики (в проекции на ось X) для бруска и груза

$$F - F + F_{mp} = Ma_1 \quad (1)$$

$$F - F_{mp} = ma_2 \quad (2)$$

Если груз не скользит,

то  $a_1 = a_2 = a$

Тогда  $F - Ma = ma$ , отсюда  $a = \frac{F}{M + m} = \frac{80}{25} = 3,2 \text{ м/с}^2$ .

Максимальное значение силы трения  $F_{mp, \max} = \mu mg$ .

Из (1) и (2)  $F = F_{mp} + \frac{F_{mp} m}{M}$ . Чтобы началось скольжение необходимо чтобы

$$F > \frac{F_{mp, \max} (m + M)}{M} = \frac{\mu mg (m + M)}{M} = \frac{0,6 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 25}{15} = 100 \text{ Н}$$

2)

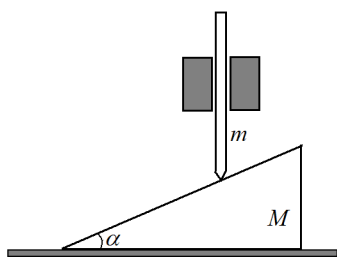
$$\left. \begin{aligned} F - F_{mp} &= ma_2 \\ F_{mp} - F &= Ma_1 \end{aligned} \right\}$$

Из уравнений динамики видно, что ускорения направлены противоположно,

т.е. проскальзывание будет

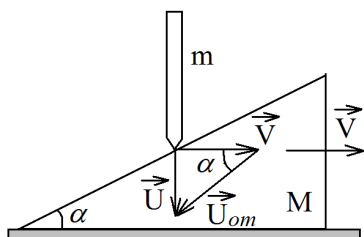
$$\text{Ускорение бруска } a_1 = \frac{\mu mg - F}{M} = \frac{0,6 \cdot 10 \cdot 10 - 80}{15} = -\frac{4}{3} = -1,33 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Ускорение груза } a_2 = \frac{F - \mu mg}{m} = 2 \text{ м/с}^2.$$



3. В установке, изображенной на рисунке, стержень массы  $m$  может свободно, без трения перемещаться в вертикальном направлении. Нижний конец стержня опирается на гладкий клин массы  $M = 3m$ , лежащий на гладкой, горизонтальной плоскости. Угол  $\alpha = 60^\circ$ . В начальный момент стержень и клин покоятся. Определить скорость клина  $V$  в момент, когда стержень опустится на высоту  $h = 2,7m$ , скорость  $U$  стержня относительно движущегося

клина и относительно плоскости, ускорение  $a$  стержня. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



## РЕШЕНИЕ

Из рисунка следует, что скорость стержня  $U = V \tan \alpha$ . (1)

Из закона сохранения энергии  $\frac{MV^2}{2} + \frac{mU^2}{2} = mgh$ . (2)

Подставляя (1) в (2)  $MV^2 + mV^2 \operatorname{tg}^2 \alpha = 2mgh$  и используя данные из условия

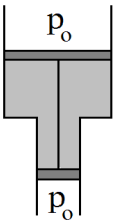
получаем скорость клина  $V = \sqrt{\frac{2mgh}{M + m \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2mgh}{3m + m3}} = \sqrt{\frac{gh}{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = 3 \text{ м/с}$ . (3)

Из (1) скорость стержня  $U = 3\sqrt{3} = 5,2 \text{ м/с}$ .

Относительная скорость  $U_{\text{отн}} = \frac{V}{\cos \alpha} = \frac{3}{0,5} = 6 \text{ м/с}$ .

Подставим (3) в (1)  $U = \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\frac{2mgh}{M + m \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \sqrt{2 \frac{m \operatorname{tg}^2 \alpha}{M + m \operatorname{tg}^2 \alpha}} h = \sqrt{2ah}$ .

Следовательно, ускорение  $a = \frac{mg \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}{M + m \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{3g}{6} = 5 \text{ м/с}^2$ .



4. В гладкой, открытой с обоих концов вертикальной трубе, имеющей два разных сечения, находятся два поршня, соединенные нерастяжимой нитью, а между поршнями – один моль идеального газа. Площадь сечения верхнего поршня на  $\Delta S = 20 \text{ см}^2$  больше, чем нижнего. Общая масса поршней 5 кг. Давление наружного воздуха  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ . На сколько градусов надо нагреть газ между поршнями, чтобы они переместились на 5 см? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

### РЕШЕНИЕ

5. Три одинаковых точечных заряда  $q = 3,46 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$  расположены в вершинах равностороннего треугольника. При помещении в центр треугольника точечного заряда  $Q$  результирующая сила, действующая на каждый заряд  $q$ , не изменяется по направлению, а по величине уменьшается в 2 раза. Определите величину заряда  $Q$ .

### РЕШЕНИЕ

Так как заряды в вершинах одинаковые, то силы взаимодействия  $|F_1| = |F_2| = \frac{kq^2}{r^2}$ .

В отсутствии заряда  $Q$  результирующая сила равна

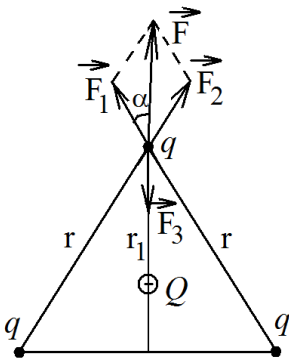
$$F = 2F_1 \cos \alpha = \frac{2kq^2}{r^2} \cos \alpha \quad (1) \text{ и направлена вертикально вверх.}$$

По условию задачи при добавлении в центр треугольника точечного заряда  $Q$  результирующая сила не меняется по направлению, но

уменьшается в 2 раза, т.е.  $F' = F - F_3 = \frac{F}{2}$ . Следовательно,

$$F_3 = \frac{F}{2} = \frac{kqQ}{r_1^2} = \frac{kqQ \cdot 9}{(2r \cos \alpha)^2}. \quad (2)$$

Расстояние между зарядами в этом случае  $r_1 = \frac{2}{3}h = \frac{2r \cos \alpha}{3}$ .





Подставляя (1) в (2), получим  $\frac{kqQ \cdot 9}{(2r \cos \alpha)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2kq^2}{r^2} \cos \alpha$ . (3)

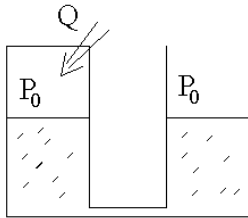
Следовательно  $Q = \frac{4}{9} q \cos^3 \alpha = \frac{4 \cdot 3,46 \cdot 10^{-6} \cos^3 30^\circ}{9} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 1 \text{ мкКл}$ .

Очевидно, что заряд должен быть отрицательным.

Ответ:  $Q = -1 \text{ мкКл}$

## 11 класс

### Вариант 1



1. Два одинаковых теплоизолированных цилиндрических сосуда с площадью сечения  $S = 10 \text{ см}^2$  соединены трубкой снизу. В сосуды налили воду, и левый сосуд герметично закрыли крышкой, причем расстояние от уровня воды до крышки равнялось  $H_0 = 10 \text{ см}$ . Затем воздух под крышкой нагрели, сообщив ему некоторое количество тепла  $Q = 3,556 \text{ Дж}$ , Насколько при этом понизился уровень воды в левом сосуде?

Атмосферное давление принять равным  $P_0 = 10^5 \text{ Па}$ , ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Примечание: воздух считать идеальным двухатомным газом, внутренняя энергия которого рассчитывается по формуле  $U = \frac{5}{2} \nu RT$ .

### РЕШЕНИЕ

При понижении уровня в левом сосуде на  $x$ , в правом уровень поднимется тоже на  $x$ , так как сечения сосудов одинаковы. Таким образом разность уровней воды в сосудах будет равна  $2x$ . Давление в левом сосуде равно  $P = P_0 + 2\rho gx$ .

Используем 1-е начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A = \frac{5}{2}(PV - P_0V_0) + \frac{P_0 + P}{2}(V - V_0) = \frac{5}{2}[(P_0 + 2\rho gx)(H_0S + xS) - P_0SH_0] + \frac{P_0 + P_0 + 2\rho gx}{2}Sx =$$

$$= S \left[ \frac{5}{2}(P_0H_0 + P_0x + 2\rho gxH_0 + 2\rho gx^2 - P_0H_0) + P_0x + \rho gx^2 \right] = S \left[ \frac{7}{2}P_0x + 5\rho gH_0x + 6\rho gx^2 \right]$$

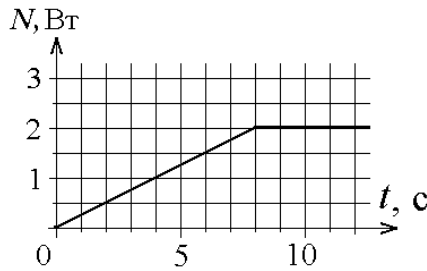
Подставим числа и получим квадратное уравнение:

$$60x^2 + 355x - 3,556 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{355^2 + 4 \cdot 60 \cdot 3,556} = 356,2$$

$$x = \frac{-355 + 356,2}{2 \cdot 60} = \frac{1,2}{120} = 0,01 \text{ м}$$

Ответ:  $x = 1 \text{ см}$



2. Тело массы  $m = 2$  кг покоилось на горизонтальной шероховатой поверхности с коэффициентом трения скольжения  $\mu$ . В некоторый момент времени  $t_0 = 0$  на тело стала действовать переменная во времени горизонтальная сила, мощность которой в течение 8 секунд линейно возрастала, а затем оставалась постоянной (см. рис.). К моменту времени  $t = 8$  с скорость тела достигла  $V = 2$  м/с и тоже перестала изменяться.

- Найти путь, пройденный телом за  $t = 8$  с.
- Чему равен коэффициент трения скольжения?
- Можно ли с уверенностью сказать о поведении величины силы тяги во времени на разных интервалах: от 0 до 8 с и от 8 с до 12 с?

### РЕШЕНИЕ

Работа силы тяги за 8 секунд расходуется частично на увеличение кинетической энергии тела и частично против работы силы трения. Из графика работу силы тяги находим как площадь под графиком в пределах от 0 до 8 секунд, то есть площадь треугольника:  $A = 8$  Дж. На кинетическую энергию потрачено  $E_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{2 \cdot 2^2}{2} = 4$  Дж, значит модуль работы силы трения равен тоже 4 Дж.

Так как скорость тела после 8 секунд движения перестала изменяться и мощность тоже становится постоянной, значит сила тяги **становится постоянной и равной силе трения**. Силу тяги найдем через мощность этой силы после 8 секунд движения. Она равна  $F = \frac{N}{V} = \frac{2}{2} = 1$  Н.

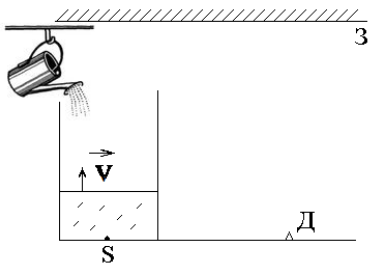
Тогда путь, пройденный телом равен :  $l = \frac{A_{mp}}{F_{mp}} = \frac{4}{1} = 4$  м. Коэффициент трения

$$\mu = \frac{F_{mp}}{mg} = \frac{1}{20} = 0,05.$$

На первом этапе можно сказать только, что произведение силы и скорости пропорционально времени :  $N = F \cdot V \propto t$ .

Так как мы не знаем, по какому закону изменялась скорость со временем, то мы **не можем сказать** однозначно, как менялась сила тяги во времени.

Ответ: а)  $l = 4$  м; б)  $\mu = 0,05$ ; в) после 8 секунд сила становится постоянной.



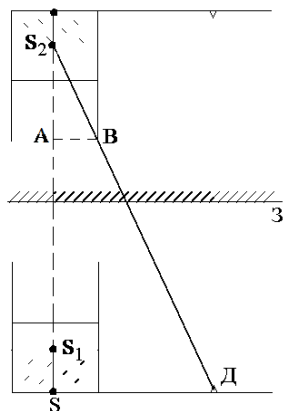
3. На горизонтальную поверхность стола поместили непрозрачный цилиндрический сосуд радиуса  $R = 4$  см и высоты  $h = 8$  см. С помощью лейки в него наливают воду так, что скорость подъема уровня воды постоянна и равна  $V = 1$  см/с. На дне сосуда в центре поместили точечный источник света  $S$ , а на расстоянии  $L = 16$  см от источника на столе расположили фотоэлемент  $D$ . На расстоянии  $H = 15$  см над столом поместили горизонтальное зеркало  $Z$ .

ли горизонтальное зеркало  $Z$ .

- Через сколько секунд фотоэлемент зафиксирует луч света, упавший на него?
- На сколько сантиметров от центра (точка  $S$ ) надо сдвинуть фотоэлемент, чтобы он не смог зафиксировать лучи света за все время эксперимента?

Показатель преломления воды принять равным  $n = 4/3$ .

## РЕШЕНИЕ



За время  $t$  уровень воды поднимется на высоту  $y = vt$ . Кажущаяся глубина до источника  $S$  меньше реальной в  $n = 4/3$  раза, где  $n$  – показатель преломления воды. Таким образом расстояние между источником и его изображением в слое воды равно

$$SS_1 = y - \frac{y}{n} = y - \frac{3}{4}y = \frac{y}{4} = \frac{Vt}{4}.$$

Нарисуем изображение всей установки в зеркале 3. Тогда первый луч, попавший в фотоэлемент, должен пройти из изображения  $S_2$  через край изображения сосуда до точки Д.

Треугольники  $S_2AB$  и  $S_2SD$  подобны, значит

$$\frac{L}{SS_2} = \frac{AB}{AS_2} \quad \text{или} \quad \frac{L}{2H - SS_1} = \frac{R}{h - SS_1}$$

$$\text{Отсюда выразим } SS_1 = \frac{Lh - R \cdot 2H}{L - R} = \frac{16 \cdot 8 - 4 \cdot 2 \cdot 15}{16 - 4} = \frac{2}{3} \text{ см.}$$

$$\text{Время равно } t = \frac{4 \cdot SS_1}{V} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{8}{3} = 2,67 \text{ с.}$$

Чтобы детектор не зафиксировал луч даже тогда, когда сосуд полностью заполнится, надо расположить его на расстоянии

$$L = \frac{R(2H - SS_1)}{h - SS_1}, \text{ где } SS_1 = \frac{y}{4} = \frac{h}{4} = 2 \text{ см (уровень воды равен высоте сосуда).}$$

$$L = \frac{4 \cdot (30 - 2)}{8 - 2} = 18,7 \text{ см. } \Delta L = 18,7 - 16 = 2,7 \text{ см}$$

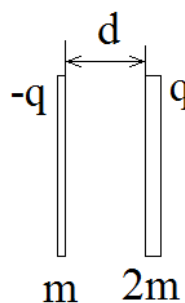
Ответ: 1)  $t = 2,67$  с. 2) сместить на 2,7 см.

4. На орбитальной станции космонавт проводит эксперимент. На расстоянии  $d = 1$  см параллельно друг другу он расположил две проводящие пластины площадью  $S = 100 \text{ см}^2$  и зарядил их одинаковыми по модулю, но разными по знаку зарядами  $q = 50 \text{ нКл}$ . Получился плоский заряженный конденсатор. Одна пластина имела массу  $m_1 = 100 \text{ г}$ , а вторая  $m_2 = 2m_1 = 200 \text{ г}$ . В некоторый момент космонавт отпустил обе пластины, и они стали притягиваться.

1) Через какое время после этого эти пластины, оттолкнувшись при абсолютно упругом ударе, окажутся в исходных положениях?

2) С какими скоростями будут двигаться пластины после удара?

Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ . Краевыми эффектами пренебречь.



## РЕШЕНИЕ

По закону сохранения импульса  $0 = m_1V_1 - m_2V_2$  следует, что перед ударом  $V_2 = \frac{V_1}{2}$ .

Из закона сохранения энергии  $\frac{q^2}{2C} = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} = \frac{3m_1V_1^2}{4}$ , где  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$  – емкость плоского конденсатора, следует, что  $V_1 = q \sqrt{\frac{2}{3Cm_1}} = q \sqrt{\frac{2d}{3\epsilon_0 Sm_1}} = 0,0434 \text{ м/с}$ .

Заряженные пластины создают однородное электрическое поле с одинаковой напряженностью  $\vec{E}$  в любой точке пространства недалеко от своей поверхности (если пренебречь краевыми эффектами), поэтому они действуют друг на друга постоянной силой  $\vec{F} = q\vec{E}$ , не зависящей от смещения. Таким образом, пластины будут двигаться равноускоренно.

Так как центр масс системы остается в покое, то пластины столкнутся как раз в центре масс, который расположен на расстоянии  $x = \frac{2}{3}d$  от более легкой пластины. Из уравнений кинематики равноускоренного движения следует

$$\frac{2}{3}d = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{V_1 t_1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{4}{3} \frac{d}{V_1}$$

Но при столкновении пластины полностью разрядятся, и после удара они будут двигаться с постоянными скоростями

$$V_1' = V_1 \text{ и } V_2' = V_2 \text{ (из закона сохранения импульса и энергии при ударе)}$$

Значит время движения до начального положения будет находиться из уравнения равномерного движения

$$t_2 = \frac{2}{3} \frac{d}{V_1}$$

$$\text{Таким образом, общее время движения } t = t_1 + t_2 = \frac{6}{3} \frac{d}{V_1} = \frac{2d}{V_1} = \frac{2 \cdot 0,01}{0,0434} = 0,46 \text{ с}$$

Ответ: 1)  $t = 0,46$  с; 2)  $V_1 = 4,34$  см/с,  $V_2 = 2,17$  см/с

## РЕШЕНИЕ 2

Силы взаимодействия пластин не зависят от расстояния между пластинами (поле внутри конденсатора практически однородное. По третьему закону Ньютона  $F_{12} = F_{21}$

Следовательно:  $m_1 a_1 = m_2 a_2$  и поэтому  $a_1 = 2a_2$ , и  $V_1 = a_1 t$  и  $V_2 = a_2 t$ ,  $V_1 = 2V_2$ , т.е до столкновения импульсы тел были одинаковые  $p_1 = m_1 V_1 = p_2 = m_2 V_2$  из закона сохранения импульса и энергии при абсолютно упругом соударении, тела разлетятся с такими же скоростями, а так как при столкновении пластины полностью разрядятся, то после удара они будут двигаться с постоянными скоростями.

До столкновения пластины движутся с постоянными ускорениями

$$d = \frac{a_1 t^2}{2} + \frac{a_2 t^2}{2} = \frac{3a_2 t^2}{2} \Rightarrow \frac{a_2 t^2}{2} = \frac{d}{3}, \text{ а } \frac{a_1 t^2}{2} = \frac{2d}{3}. \text{ Из уравнений кинематики равноускоренного}$$

движения следует  $\frac{2}{3}d = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{V_1 t_1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{4}{3} \frac{d}{V_1}$  время движения до начального положения будет

$$\text{находиться из уравнения равномерного движения } t_2 = \frac{2}{3} \frac{d}{V_1}$$

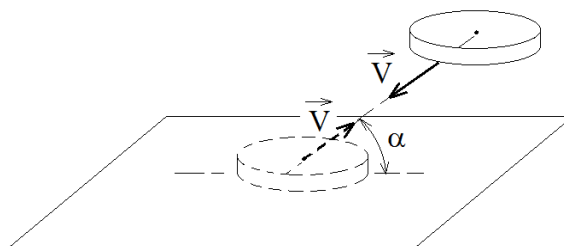
На правую пластину действует поле левой пластины, и сила равна  $F_{12} = q_2 E_1 = \frac{q_2 q_1}{2\epsilon_0 S}$

На левую пластину действует равная сила  $F_{21} = q_1 E_2 = \frac{q_1 q_2}{2\epsilon_0 S}$ .

$$V_1 = \sqrt{2a_1 \cdot x_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot q_1 \cdot q_2}{2 \cdot \epsilon_0 S m_1} \frac{2d}{3}}; V_1 = q \sqrt{\frac{2d}{3\epsilon_0 S m_1}} = 0,0434 \text{ м/с.}$$

$$\text{Таким образом, общее время движения } t = t_1 + t_2 = \frac{6}{3} \frac{d}{V_1} = \frac{2d}{V_1} = \frac{2 \cdot 0,01}{0,0434} = 0,46 \text{ с}$$

5. Тонкий резиновый диск движется поступательно под углом  $\alpha = 60^\circ$  к поверхности горизонтального стола и во время удара соприкасается с ним всеми точками своей нижней поверхности. После абсолютно упругого удара диск изменил направление своего движения ровно на противоположное, а величина скорости диска не изменилась.



- 1) При каком минимальном коэффициенте трения скольжения  $\mu_{\min}$  такое возможно?
- 2) Под каким углом отскочит диск, если коэффициент трения скольжения будет равен

$$\mu = \frac{\mu_{\min}}{2} ?$$

Считать, что сила тяжести во время удара пренебрежимо мала по сравнению с нормальной реакцией опоры.

### РЕШЕНИЕ

За короткое время удара  $\Delta t$  импульс силы реакции опоры равен

$$N\Delta t = mV_y - (-mV_y) = 2mV_y \quad (1)$$

Импульс силы трения равен

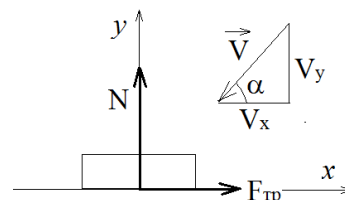
$$F_{\text{тр}}\Delta t = mV_x - (-mV_x) = 2mV_x \quad (2)$$

Так как скорость не изменилась по модулю, значит, скольжения не было, и энергия сохранилась. На диск действовала трения покоя  $F_{\text{тр}} \leq \mu N$

Отсюда следует, что  $\mu \geq \frac{F_{\text{тр}}}{N} = \frac{F_{\text{тр}}\Delta t}{N\Delta t} = \frac{2mV_x}{2mV_y} = \frac{V_x}{V_y} = \text{ctg } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$ . Минимальный коэффициент

равен  $\mu_{\min} = 0,577$

Если коэффициент трения в два раза меньше  $\mu_{\min}$ , то начнется скольжение во время удара и сила трения уменьшится в два раза, значит и импульс силы за время удара уменьшится в два раза и станет равным  $F_{\text{тр}}\Delta t = mV_x$ , что будет означать уменьшение горизонтального импульса тела до нуля. Так как у диска останется только вертикальный импульс, то угол отскока очевиден: он равен  $90^\circ$

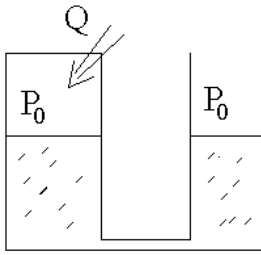


ра-

же-  
сила

Ответ: 1)  $\mu_{\min} = 0,577$ ; 2)  $90^\circ$

## Вариант 2



1. Два цилиндрических теплоизолированных сосуда соединены трубкой снизу. Сечение левого цилиндра  $S = 10 \text{ см}^2$ , а правого в два раза меньше. В сосуды налили воду и левый сосуд герметично закрыли крышкой, причем расстояние от уровня воды до крышки равнялось  $H_0 = 10 \text{ см}$ . Затем воздух под крышкой нагрели, сообщив ему некоторое количество тепла  $Q$ , при этом уровень воды в левом сосуде опустился на  $x = 1 \text{ см}$ . Чему равно это количество теплоты  $Q$ ? Ответ округлить до тысячных.

Атмосферное давление принять равным  $P_0 = 10^5 \text{ Па}$ , ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Примечание: воздух считать идеальным двухатомным газом, внутренняя энергия которого рассчитывается по формуле  $U = \frac{5}{2} \nu RT$ .

### РЕШЕНИЕ

Если уровень воды слева опустился на  $x$ , то справа поднялся на  $2x$ , так как объем вытесненной воды слева равен дополнительному объему справа, а площадь меньше в 2 раза. Таким образом, разность уровней слева и справа будет  $3x$ .

Давление под крышкой линейно возрастает до  $P = P_0 + 3\rho gx$ .

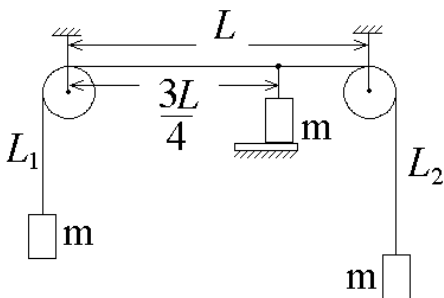
Используем 1-е начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A = \frac{5}{2}(PV - P_0V_0) + \frac{P_0 + P}{2}(V - V_0) = \frac{5}{2}[(P_0 + 3\rho gx)(H_0S + xS) - P_0SH_0] + \frac{P_0 + P_0 + 3\rho gx}{2}Sx =$$

$$= S \left[ \frac{5}{2}(P_0H_0 + P_0x + 3\rho gxH_0 + 3\rho gx^2 - P_0H_0) + P_0x + \frac{3}{2}\rho gx^2 \right] = S \left[ \frac{7}{2}P_0x + \frac{15}{2}\rho gH_0x + 9\rho gx^2 \right]$$

$$Q = 10^{-3} \left( \frac{7}{2} \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} + \frac{15}{2} \cdot 10^4 \cdot 10^{-3} + 9 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4} \right) = 10^{-3} (3500 + 75 + 9) = 3,584 \text{ Дж.}$$

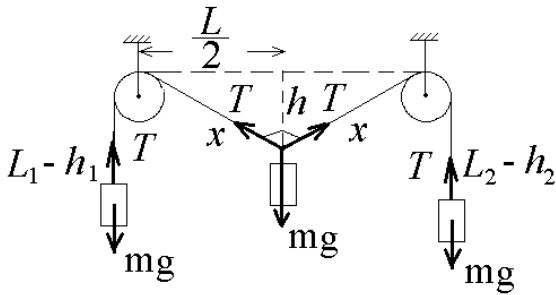
Ответ: 3,584 Дж



2. Центры двух одинаковых неподвижных блоков малых размеров находятся на одной горизонтальной линии на расстоянии  $L = 4 \text{ м}$  друг от друга. Через эти блоки перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой привязаны два одинаковых груза массой  $m = 2 \text{ кг}$  каждый. На расстоянии  $\frac{3L}{4}$  от левого блока к горизонтальному участку нити прикрепляют еще один груз такой же массы  $m$ , который в начальный момент времени покоился на опоре. После этого опоры медленно опускают вниз, и груз, отделившись от опоры, остается висеть на нити в состоянии равновесия. Какую работу совершила сила реакции опоры? Считать, что за время движения левый и правый грузы не достигают блоков. Принять ускорение свободного падения равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

После этого опоры медленно опускают вниз, и груз, отделившись от опоры, остается висеть на нити в состоянии равновесия. Какую работу совершила сила реакции опоры? Считать, что за время движения левый и правый грузы не достигают блоков. Принять ускорение свободного падения равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

## РЕШЕНИЕ



Так как в состоянии равновесия силы натяжения нитей слева и справа равны  $T = mg$ , то средний груз расположится ровно посередине между блоками, а нити будут иметь одинаковый угол  $\alpha$  с вертикалью, причем  $2T \cos \alpha = mg$ , откуда следует, что  $\alpha = 60^\circ$ .

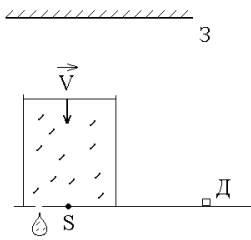
Тогда  $x = \frac{L}{2 \sin 60^\circ} = \frac{L}{\sqrt{3}}$ ;  $h = x \cdot \cos 60^\circ = \frac{L}{2\sqrt{3}}$ . Высота

подъема левого груза  $h_1 = x - \frac{3L}{4} = \frac{L}{2\sqrt{3}} - \frac{3L}{4}$ ; высота подъема правого груза  $h_2 = x - \frac{L}{4} = \frac{L}{2\sqrt{3}} - \frac{L}{4}$ .

Работа силы реакции опоры равна изменению потенциальной энергии системы этих тел:

$$A = mgh_1 + mgh_2 - mgh = mg \left( x - \frac{3L}{4} + x - \frac{L}{4} - h \right) = mg \left( \frac{2L}{\sqrt{3}} - L - \frac{L}{2\sqrt{3}} \right) = mg \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) L = -10,7 \text{ Дж}$$

Ответ:  $-10,7$  Дж.

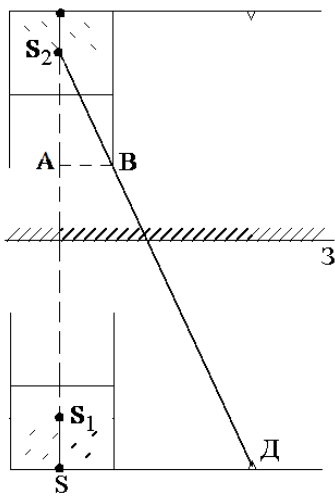


3. На горизонтальную поверхность стола поместили непрозрачный цилиндрический сосуд радиуса  $R = 4$  см и высоты  $h = 8$  см, полностью заполненный водой. Вода по каплям вытекает из сосуда так, что скорость понижения уровня поверхности воды постоянна и равна  $V = 1$  см/с. На дне сосуда в центре поместили точечный источник света  $S$ , а на расстоянии  $L = 16$  см от источника на столе расположили фотоэлемент  $D$ . На расстоянии  $H = 15$  см над столом поместили горизонтальное зеркало  $Z$ .

1) Через сколько секунд фотоэлемент перестанет фиксировать падающий на него свет?

2) На сколько сантиметров к центру надо сдвинуть фотоэлемент, чтобы он всегда был освещен за все время эксперимента?

Показатель преломления воды принять равным  $n = 4/3$ .



## РЕШЕНИЕ

За время  $t$  уровень воды опустится до высоты  $y = h - vt$ . Кажущаяся глубина до источника  $S$  меньше реальной в  $n = 4/3$  раза, где  $n$  – показатель преломления воды. Таким образом расстояние между источником и его изображением в слое воды равно  $SS_1 = y - \frac{y}{n} = y - \frac{3}{4}y = \frac{y}{4} = \frac{h - vt}{4}$ .

Нарисуем изображение всей установки в зеркале  $Z$ . Тогда последний луч, попавший в фотоэлемент, должен пройти из изображения  $S_2$  через край изображения сосуда до точки  $D$ . Треугольники  $S_2AB$  и  $S_2SD$  подобны, значит

$$\frac{L}{SS_2} = \frac{AB}{AS_2} \quad \text{или} \quad \frac{L}{2H - SS_1} = \frac{R}{h - SS_1}$$

Отсюда выразим  $SS_1 = \frac{Lh - R \cdot 2H}{L - R} = \frac{16 \cdot 8 - 4 \cdot 2 \cdot 15}{16 - 4} = \frac{2}{3}$  см.

Время равно  $t = \frac{h - 4 \cdot SS_1}{V} = \frac{8 - 4 \cdot 2/3}{1} = \frac{16}{3} = 5,34$  с.

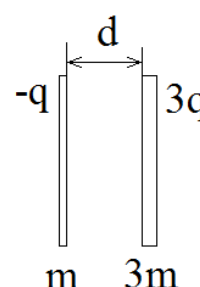
Чтобы детектор все время освещался лучами даже тогда, когда вода полностью выльется, надо расположить его на минимальном расстоянии от источника

$$L = \frac{R(2H - SS_1)}{h - SS_1} = \frac{2RH}{h}, \text{ так как } SS_1 = 0 \text{ (видимый источник } S_1 \text{ совпадает с действительным } S)$$

$$L = \frac{4 \cdot 30}{8} = 15 \text{ см. } \Delta L = 16 - 15 = 1 \text{ см}$$

Ответ: 1)  $t = 5,34$  с. 2) сместить на 1 см.

4. На орбитальной станции космонавт проводит эксперимент. На расстоянии  $d = 1$  см параллельно друг другу он расположил две проводящие пластины с одинаковой площадью  $S = 1000 \text{ см}^2$  и массами  $m_1 = 100$  г и  $m_2 = 300$  г. На первую пластинку экспериментатор поместил отрицательный заряд  $q_1 = -50$  нКл, а на вторую положительный заряд  $q_2 = +150$  нКл. В некоторый момент он отпустил обе пластины, и они стали притягиваться.



1) Через какое время после этого пластины, оттолкнувшись при абсолютно упругом ударе, окажутся в исходных положениях?

2) Какие скорости будут иметь пластины в этот момент времени?

Электрическая постоянная равна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Краевыми эффектами пренебречь.

*Замечание:* напряженность электрического поля бесконечной пластины находится по формуле  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{q}{2\epsilon_0 S}$ , где  $\sigma = \frac{q}{S}$  – поверхностная плотность заряда.

## РЕШЕНИЕ

На правую пластину действует поле левой пластины, и сила равна  $F_{12} = q_2 E_1 = \frac{q_2 q_1}{2\epsilon_0 S}$

На левую пластину действует равная сила  $F_{21} = q_1 E_2 = \frac{q_1 q_2}{2\epsilon_0 S}$ .

Центр масс двух пластин находится на расстоянии  $l = \frac{d}{4}$  от правой пластины и остается все время в покое.

Пройдя путь  $l$ , правая пластина столкнется с левой, причем время до удара и скорость перед ударом найдем из кинематики равноускоренного движения:

$$l = \frac{a_1 t_1^2}{2}; \quad \frac{d}{4} = \frac{F_{12} t_1^2}{m_2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{d \cdot m_2}{2F_{12}}} = \sqrt{\frac{d \cdot m_2 \epsilon_0 S}{q_1 q_2}} = \sqrt{\frac{0,01 \cdot 0,3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1}{50 \cdot 10^{-9} \cdot 150 \cdot 10^{-9}}} = 0,595 \text{ с}$$

$$V_2 = a_1 t_1 = \frac{F_{12} t_1}{m_2} = \frac{q_1 q_2}{2\epsilon_0 S m_2} \sqrt{\frac{d \cdot m_2 \epsilon_0 S}{q_1 q_2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d \cdot q_1 q_2}{\epsilon_0 S m_2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{0,01 \cdot 50 \cdot 10^{-9} \cdot 150 \cdot 10^{-9}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1 \cdot 0,3}} = 0,0084 \text{ м/с}$$

После столкновения пластины перезарядятся и получают одинаковый положительный заряд  $q = \frac{q_2 + q_1}{2} = 50$  нКл. При этом они будут иметь такие же скорости, что и до удара, только направлены в другую сторону.

Сила и ускорение изменится  $F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$ ;  $a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{q^2}{m_2 2\epsilon_0 S} = \frac{25 \cdot 10^{-16}}{0,3 \cdot 2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1} = 0,00471 \text{ м/с}^2$



Из уравнения равноускоренного движения найдем время движения назад до первоначальной точки

$$\frac{d}{4} = V_2 t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2} \Rightarrow a_2 t_2^2 + 2V_2 t_2 - \frac{d}{2} = 0$$

$$t_2 = \frac{-2V_2 \pm \sqrt{4V_2^2 + 2a_2 d}}{2a_2} = \frac{-0,0168 + \sqrt{0,0168^2 + 2 \cdot 0,00471 \cdot 0,01}}{2 \cdot 0,00471} = 0,276 \text{ с}$$

Общее время  $t = t_1 + t_2 = 0,595 + 0,276 = 0,871 \text{ с}$

Конечная скорость второй пластины  $V_2' = V_2 + a_2 t_2 = 0,0084 + 0,00471 \cdot 0,276 = 0,0097 \text{ м/с}$

Из закона сохранения импульса  $0 = m_1 V_1' - m_2 V_2'$  следует, что скорость первой пластины после удара в первоначальной точке равна  $V_1 = 3V_2 = 3 \cdot 0,0097 = 0,0291 \text{ м/с}$

Ответ: 1)  $t = 0,87 \text{ с}$ ; 2)  $V_1 = 0,97 \text{ см/с}$ ;  $V_2 = 2,9 \text{ см/с}$

5. Спутник массы  $m$  движется вокруг Земли по круговой орбите радиусом  $R_1 = 4R$ , где  $R = 6400 \text{ км}$  – радиус Земли. В некоторый момент в спутник попадает метеорит с массой  $m_1 = 0,01m$ , движущийся сзади в том же направлении, что и спутник, и застревает в нем. После этого орбита спутника стала эллиптической, а максимальное расстояние до центра Земли стало равным  $R_2 = 8R$ .

- 1) Какова минимальная скорость спутника после удара?
- 2) С какой скоростью подлетел метеорит?
- 3) Сколько времени после удара спутник будет удаляться от Земли?

### РЕШЕНИЕ

До удара у спутника была первая космическая скорость

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM}{4R}} = \frac{\sqrt{gR}}{2} = \frac{\sqrt{9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6}}{2} = 3960 \text{ м/с.}$$

Здесь  $M$  – масса Земли,  $G$  – гравитационная постоянная,  $g = \frac{GM}{R^2}$  – ускорение свободного падения на поверхности Земли.

Воспользуемся законом сохранения момента импульса

$mV_1 \cdot 4R = mV_2 \cdot 8R \Rightarrow V_1 = 2V_2$ , где  $V_1$  – скорость спутника сразу после удара,  $V_2$  – скорость спутника в самой удаленной точке орбиты.

Из закона сохранения энергии следует

$$\frac{mV_1^2}{2} - \frac{GMm}{4R} = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{GMm}{8R} \Rightarrow 4V_2^2 - V_2^2 = \frac{1}{4} \frac{GM}{R} \Rightarrow$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{GM}{12R}} = \sqrt{\frac{gR}{12}} = \sqrt{\frac{9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{12}} = 2286 \text{ м/с}$$

$$V_1 = 2V_2 = 4572 \text{ м/с}$$

Из закона сохранения импульса при ударе найдем скорость метеорита

$$0,01m \cdot V_m + m \cdot V_0 = 1,01mV_1 \Rightarrow V_m = \frac{1,01 \cdot V_1 - V_0}{0,01} = 65772 \text{ м/с} = 65,8 \text{ км/с}$$

Большая полуось эллипса после удара равна  $b_2 = 8R$ .

Начальная окружность – частный случай эллипса с большой полуосью  $b_1 = 4R$ .

Период вращения при этом равен  $T_1 = \frac{2\pi \cdot 4R}{V_0} = 2\pi \cdot 8 \cdot \sqrt{\frac{R}{g}}$

По третьему закону Кеплера  $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^3 = \left(\frac{8R}{4R}\right)^3 = 8$

Отсюда находим период вращения по эллипсу  $T_2 = T_1 \sqrt{8} = 16\pi \sqrt{\frac{R}{g}} \cdot \sqrt{8} = 16\pi \sqrt{\frac{8R}{g}}$

Время удаления спутника от Земли равно четверти периода

$$t = \frac{T_2}{4} = 4\pi \sqrt{\frac{8R}{g}} = 4 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{9,8}} = 28708 \text{ с} = 8 \text{ ч}$$

Ответ: 4572 м/с, 65,8 км/с, 8ч.