



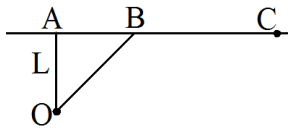
ФГБОУ ВО
«Тулский государственный университет»

Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2019/20



Заключительный этап

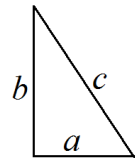
7 класс



1. Кристофер Робин ехал по прямой дороге на велосипеде со скоростью $V_1 = 4 \text{ м/с}$. Винни-Пух, находящийся на расстоянии $L = 60 \text{ м}$ от дороги, решил перехватить его (надеясь получить сладости). Он пошёл наискосок со скоростью $V_2 = 1 \text{ м/с}$ и вышел к дороге одновременно с велосипедистом через 100 с . 1)

На каком расстоянии от точки А находился Кристофер Робин в начальный момент? 2) Сколько времени пришлось бы ждать Винни-Пуху встречи с другом, если бы он пошёл по пути ОА?

Справка: в прямоугольном треугольнике $c^2 = a^2 + b^2$



2. В сосуд налили 1 литр воды и опустили в неё небольшой шарик. Шарик утонул в воде. После добавления в сосуд сахарного сиропа массы $m_2 = 2,1 \text{ кг}$ шарик всплывает и над поверхностью жидкости оказывается восьмая часть его объёма. Чему равна плотность шарика? Плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, сахарного сиропа $\rho_2 = 1400 \text{ кг/м}^3$. Определить плотность шарика.

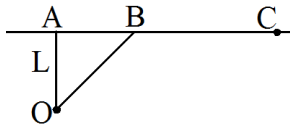
3. В сосуд объёмом $V = 3 \text{ литра}$ наливают слой воды и слой керосина, причём объём керосина в 2 раза больше объёма воды. Сосуд заполнен до краёв. С какой силой давит на дно сосуда столб жидкости? Плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, керосина $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$. Керосин и вода не смешиваются друг с другом.

4. Скорость ракетного крейсера «Пётр Великий» $V_1 = 31 \text{ узел}$. Скорость речных пассажирских теплоходов на подводных крыльях серии «Метеор» равна $V_2 = 65 \text{ км/час}$. На дистанции 200 км какое судно придёт раньше и каков выигрыш во времени?

Справка: 1 узел – количество морских миль проходимых за 1 час .

$1 \text{ морская миля} = 1852 \text{ м}$.

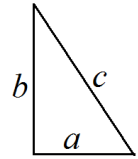
5. Грузики массами 20 г , 30 г , 40 г , 60 г закреплены на невесомом стержне длиной 30 см на одинаковых расстояниях друг от друга. На каком расстоянии от левого конца стержня находится центр масс системы?



1. Кристофер Робин ехал по прямой дороге на велосипеде со скоростью $V_1 = 4 \text{ м/с}$. Винни-Пух, находящийся на расстоянии $L = 60 \text{ м}$ от дороги, решил перехватить его (надеясь получить сладости). Он пошёл наискосок со скоростью $V_2 = 1 \text{ м/с}$ и вышел к дороге одновременно с велосипедистом через 100 с . 1)

На каком расстоянии от точки А находился Кристофер Робин в начальный момент? 2) Сколько времени пришлось бы ждать Винни-Пуху встречи с другом, если бы он пошёл по пути ОА?

Справка: в прямоугольном треугольнике $c^2 = a^2 + b^2$



Решение

Расстояние ВС равно $S_1 = V_1 t = 400 \text{ м}$. Расстояние ОВ равно $S_2 = V_2 t = 100 \text{ м}$.

Расстояние АВ найдём, пользуясь теоремой Пифагора $AB = \sqrt{S_2^2 - L^2} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80 \text{ м}$.

1) Следовательно $AC = AB + BC = 400 + 80 = 480 \text{ м}$

2) Двигаясь по пути $OA = L$ Винни-Пух затратил бы $t_2 = \frac{L}{V_2} = \frac{60}{1} = 60 \text{ с}$, а Кристофер Робин до

точки доехал бы за $t_1 = \frac{AC}{V_1} = \frac{480}{4} = 120 \text{ с}$.

Следовательно, ждать Винни-Пуху пришлось бы $(120 - 60) = 60 \text{ с}$

2. В сосуд налили 1 литр воды и опустили в неё небольшой шарик. Шарик утонул в воде. После добавления в сосуд сахарного сиропа массы $m_2 = 2,1 \text{ кг}$ шарик всплывает и над поверхностью жидкости оказывается восьмая часть его объёма. Чему равна плотность шарика? Плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, сахарного сиропа $\rho_2 = 1400 \text{ кг/м}^3$. Определить плотность шарика.

Решение

Определим плотность получившейся смеси $\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$. Объём воды $V_1 = 10^{-3} \text{ м}^3 = 1 \text{ литр}$, объём

сиропа $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $m_1 = \rho_1 V_1 = 1 \text{ кг}$. Тогда $\rho = 1,24 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Сила Архимеда, действующая на шарик, уравновешивается силой тяжести $F_{\text{Арх}} = mg$. В воде находится $7/8$ объёма тела $\rho g \frac{7}{8} V = \rho_3 g V$. Отсюда плотность шарика $\rho_3 = \frac{7}{8} \rho = 1,085 \text{ кг/м}^3$.

3. В сосуд объёмом $V = 3 \text{ литра}$ наливают слой воды и слой керосина, причём объём керосина в 2 раза больше объёма воды. Сосуд заполнен до краёв. С какой силой давит на дно сосуда столб жидкости? Плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, керосина $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$. Керосин и вода не смешиваются друг с другом.

Решение

Сила давления на дно $F = P_1 S + P_2 S = \rho_1 g h_1 S + \rho_2 g h_2 S = g(\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2)$,

$V_1 = \frac{V}{3} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $V_2 = \frac{2}{3} V = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. $F = 10(1000 \cdot 10^{-3} + 800 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) = 26 \text{ Н}$

4. Скорость ракетного крейсера «Пётр Великий» $V_1 = 31$ узел. Скорость речных пассажирских теплоходов на подводных крыльях серии «Метеор» равна $V_2 = 65$ км/час. На дистанции 200 км какое судно придет раньше и каков выигрыш во времени?

Справка: 1 узел – количество морских миль проходимых за 1 час.

1 морская миля – 1852 м.

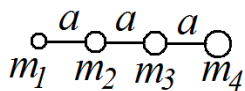
Решение

Скорость крейсера $V_1 = 31 \text{ узел} = 31 \cdot 1,852 \text{ км/час} = 57,4 \text{ км/час}$.

Разность во времени $\Delta t = \frac{S}{V_1} - \frac{S}{V_2} = 0,407 \text{ час} = 24,45 \text{ мин}$

5. Грузики массами 20 г, 30 г, 40 г, 60 г закреплены на невесомом стержне длиной 30 см на одинаковых расстояниях друг от друга. На каком расстоянии от левого конца стержня находится центр масс системы?

Решение



Найдём расстояние от левого края стержня до центра масс системы

$$x = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 a + m_3 2a + m_4 3a}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{30 \cdot 10 + 40 \cdot 20 + 60 \cdot 30}{20 + 30 + 40 + 60} = 19,33 \text{ см}.$$

Расстояние между грузами $a = \frac{L}{3} = 10 \text{ см}$.



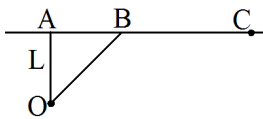
ФГБОУ ВО
«Тульский государственный университет»

Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2019/20



Заключительный этап

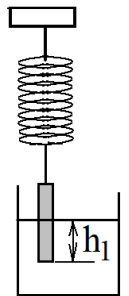
8 класс



1. Кристофер Робин ехал по прямой дороге на велосипеде со скоростью $V_1 = 4 \text{ м/с}$. Винни-Пух, находящийся на расстоянии $L = 80 \text{ м}$ от дороги, решил перехватить его (надеясь получить сладости). Он пошёл наискосок со скоростью $V_2 = 1 \text{ м/с}$ и вышел к дороге одновременно с велосипедистом через 100 с . 1) На каком расстоянии от точки А находился Кристофер Робин в начальный момент? 2) Сколько времени пришлось бы ждать Винни-Пуху встречи с другом, если бы он пошёл по пути ОА?

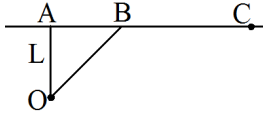
2. В сосуд наливают слой воды и слой керосина общей высотой $H = 0,9 \text{ м}$. Массы воды и керосина одинаковы. На дне сосуда лежит тонкий диск площадью $S = 2 \text{ см}^2$. С какой силой давит на диск столб жидкости? Плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, керосина $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

3. Цилиндр длиной $L = 10 \text{ см}$ подвешивают на пружине и опускают в жидкость плотностью $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$. Цилиндр плавает, погрузившись на $h_1 = 5 \text{ см}$ в жидкость. Если в сосуд налить жидкость плотности $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$, то он погружается в жидкость на $h_2 = 8 \text{ см}$. Определите по этим данным жёсткость пружины. Площадь сечения цилиндра $S = 3 \text{ см}^2$, ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.



4. Контейнер с замёрзшим в нём льдом принесли с улицы. Температура воздуха на улице $t_1 = -20^\circ \text{ C}$. Чтобы быстрее растопить лёд в контейнер пустили горячую воду температуры $t_2 = 70^\circ \text{ C}$. Вода поступала со скоростью $g = 2 \text{ м/с}$ через шланг площадью $S = 0,8 \text{ см}^2$. Определить минимальное время, через которое можно перекрыть воду. Масса льда в контейнере $m_1 = 10 \text{ кг}$. Теплоёмкость контейнера $C = 1840 \text{ Дж/К}$, удельная теплоёмкость льда $c_1 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{K}$, воды $c_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{K}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 335 \text{ кДж/кг}$, плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

5. Необходимо изготовить световую рекламу из четырёх лампочек накаливания, расположенных в вершинах квадрата. Для этого есть две лампы на 220 В по 60 Вт и две лампы на 110 В по 40 Вт . Реклама должна работать от электрической сети с напряжением 220 В . Составьте схему такого включения, чтобы все лампы работали в полном накале. Определите электрическое сопротивление предложенной цепи. Сколько будет стоить использование этой рекламы в зимний месяц (30 дней), если лампы будут гореть ежедневно с 18.00 до 24.00, а стоимость $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$ электроэнергии 2 руб.



1. Кристофер Робин ехал по прямой дороге на велосипеде со скоростью $V_1 = 4 м/с$. Винни-Пух, находящийся на расстоянии $L = 80 м$ от дороги, решил перехватить его (надеясь получить сладости). Он пошёл наискосок со скоростью $V_2 = 1 м/с$ и вышел к дороге одновременно с велосипедистом через $100 с$. 1) На каком расстоянии от точки А находился Кристофер Робин в начальный момент? 2) Сколько времени пришлось бы ждать Винни-Пуху встречи с другом, если бы он пошёл по пути ОА?

Решение

Расстояние ВС равно $S_1 = V_1 t = 400 м$. Расстояние ОВ равно $S_2 = V_2 t = 100 м$.

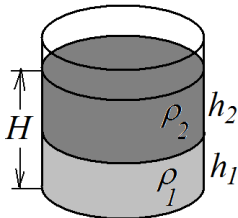
Расстояние АВ найдём, пользуясь теоремой Пифагора $AB = \sqrt{S_2^2 - L^2} = 60 м$.

1) Следовательно $AC = AB + BC = 400 + 60 = 460 м$

2) Двигаясь по пути ОА = L Винни-Пух затратил бы $t_2 = \frac{L}{V_2} = 80 с$, а Кристофер Робин до

точки доехал бы за $t_1 = \frac{AC}{V_1} = \frac{460}{4} = 115 с$. Следовательно, ждать Винни-Пуху пришлось бы $(115 - 80) = 35 с$

2. В сосуд наливают слой воды и слой керосина общей высотой $H = 0,9 м$. Массы воды и керосина одинаковы. На дне сосуда лежит тонкий диск площадью $S = 2 см^2$. С какой силой давит на диск столб жидкости? Плотность воды $\rho_1 = 1000 кг/м^3$, керосина $\rho_2 = 800 кг/м^3$, ускорение свободного падения равно $g = 10 м/с^2$.



Решение

Масса равна $m = \rho V = \rho S_c h$, где S_c – площадь сечения сосуда. Так как массы одинаковы, то $\rho_1 S_c h_1 = \rho_2 S_c h_2$. Отсюда $h_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} h_1$.

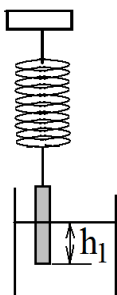
Общая высота $H = h_1 + h_2 = h_1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} h_1 = h_1 \left(1 + \frac{1000}{800} \right) = 2,25 h_1$, тогда

$$h_1 = \frac{H}{2,25} = \frac{0,9}{2,25} = 0,4 м$$

$$а \quad h_2 = 0,5 м.$$

Сила давления

$$F = PS = \rho_1 g h_1 S + \rho_2 g h_2 S = g S (\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) = 1,6 H S.$$



3. Цилиндр длиной $L = 10 см$ подвешивают на пружине и опускают в жидкость плотностью $\rho_1 = 1000 кг/м^3$. Цилиндр плавает, погрузившись на $h_1 = 5 см$ в жидкость. Если в сосуд налить жидкость плотности $\rho_2 = 800 кг/м^3$, то он погружается в жидкость на $h_2 = 8 см$. Определите по этим данным жесткость пружины. Площадь сечения цилиндра $S = 3 см^2$, ускорение свободного падения равно $g = 10 м/с^2$.

Решение

На цилиндр действуют сила тяжести mg , сила Архимеда $F_{\text{арх}} = \rho_2 g V$ и сила упругости пружины $F_{\text{упр}} = kx$, где k – жёсткость пружины, x – деформация пружины, V – объём погружённой в жидкость части тела. Запишем условие равновесия для двух случаев

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 g S h_1 + k x_1 &= mg \\ \rho_2 g S h_2 + k x_2 &= mg \end{aligned} \right\} \Rightarrow g S (\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2) = k (x_2 - x_1). \quad \text{Жёсткость пружины}$$

$$k = \frac{g S (\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2)}{x_2 - x_1} = 1,4 \text{ Н / м}$$

4. Контейнер с замёрзшим в нём льдом принесли с улицы. Температура воздуха на улице $t_1 = -20^\circ \text{C}$. Чтобы быстрее растопить лёд в контейнер пустили горячую воду температуры $t_2 = 70^\circ \text{C}$. Вода поступала со скоростью $\mathcal{G} = 2 \text{ м / с}$ через шланг площадью $S = 0,8 \text{ см}^2$. Определить минимальное время, через которое можно перекрыть воду. Масса льда в контейнере $m_1 = 10 \text{ кг}$. Теплоёмкость контейнера $C = 1840 \text{ Дж / К}$, удельная теплоёмкость льда $c_1 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж / кг} \cdot \text{К}$, воды $c_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж / кг} \cdot \text{К}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 335 \text{ кДж / кг}$, плотность воды $\rho_1 = 1000 \text{ кг / м}^3$.

Решение

Для нагревания контейнера до температуры плавления льда $Q_1 = C \Delta T_1$.

Количество тепла, которое должен получить лёд для нагревания и плавления $Q_2 = c_1 m_1 \Delta T_1 + \lambda m_1$

Количество теплоты, отдаваемого водой при охлаждении до $t_2 = 70^\circ \text{C}$, равно $Q_3 = c_2 m_2 \Delta T_2$.

Используя уравнение теплового баланса $C \Delta T_1 + c_1 m_1 \Delta T_1 + \lambda m_1 = c_2 m_2 \Delta T_2$, находим массу воды, необходимой для плавления льда

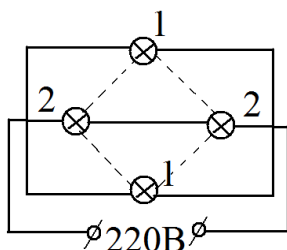
$$m_2 = \frac{C \Delta T_1 + c_1 m_1 \Delta T_1 + \lambda m_1}{c_2 \Delta T_2} = \frac{1840 \cdot 20 + 2100 \cdot 10 \cdot 20 + 335 \cdot 10^3 \cdot 10}{4200 \cdot 70} = 12,9 \text{ кг}$$

Масса вытекающей из шланга воды $m_2 = \rho_1 V = \rho_1 S \mathcal{G} t$.

$$\text{Тогда необходимое время } t = \frac{m_2}{\rho_1 S \mathcal{G}} = \frac{12,9}{10^3 \cdot 0,8 \cdot 10^{-4} \cdot 2} = 80,6 \text{ с}$$

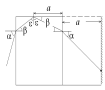
5. Необходимо изготовить световую рекламу из четырёх лампочек накаливания, расположенных в вершинах квадрата. Для этого есть две лампы на 220 В по 60 Вт и две лампы на 110 В по 40 Вт . Реклама должна работать от электрической сети с напряжением 220 В . Составьте схему такого включения, чтобы все лампы работали в полном накале. Определите электрическое сопротивление предложенной цепи. Сколько будет стоить использование этой рекламы в зимний месяц (30 дней), если лампы будут гореть ежедневно с 18.00 до 24.00, а стоимость $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$ электроэнергии 2 руб .

Решение



Введём обозначения: $1 - U_1 = 220 \text{ В}, P_1 = 60 \text{ Вт}$

$2 - U_2 = 110 \text{ В}, P_2 = 40 \text{ Вт}$

Мощность $P = \frac{U^2}{R}$, тогда . Общее сопротивление цепи находим из условия

$$\frac{1}{R_{об}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_2} + \frac{1}{R_1} = 2\frac{P_1}{U_1^2} + \frac{P_2}{U_2^2} = \frac{50}{110^2}, \quad R_{об} = \frac{110^2}{50}.$$

$$\text{Потребляемая мощность } P = \frac{U^2}{R_{об}} = \frac{220^2 \cdot 50}{110^2} = 200 \text{ Вт}.$$

(Или: мощность $P = 60 + 60 + 40 + 40 = 200 \text{ Вт}$).

Реклама используется в течение 30 дней по 6 часов, т.е. время $t = 6 \cdot 30 = 180 \text{ час}$

Потребляемая энергия $W = P \cdot t = 200 \cdot 180 = 36000 \text{ Вт} \cdot \text{час} = 36 \text{ кВт} \cdot \text{час}$.

Стоимость $C = 36 \cdot 2 = 72 \text{ руб}$



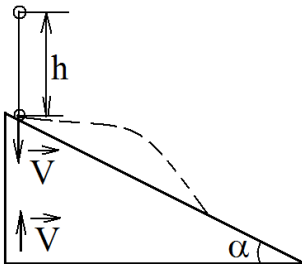
ФГБОУ ВО
«Тульский государственный университет»

Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2019/20



Заключительный этап

9 класс

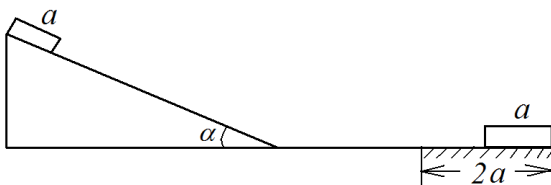


1. В подъёмнике, поднимающемся с постоянной скоростью V , перевозят груз, имеющий форму клина с углом $\alpha = 30^\circ$. В некоторый момент строитель, находящийся на высоте $h = 3,75$ м, роняет стальной шарик (шарик на нити он использовал в качестве отвеса). Скорости клина и шарика в момент встречи оказались одинаковыми.

1) Определить расстояние между первым и вторым ударом шарика о наклонную плоскость. 2) Во сколько раз отличалось бы это расстояние

при падении с той же скоростью на неподвижный клин? Удар считать абсолютно упругим, сопротивление воздуха не учитывать, шарик считать материальной точкой, ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с².

2. Наблюдая за упаковкой конфет, технолог заметил, что диаметр рулона с алюминиевой фольгой уменьшился вдвое за время $t_1 = 2$ ч. После этого он зафиксировал промежуток времени, за которое диаметр рулона уменьшился ещё в два раза. Какое значение t получил технолог? Скорость движения фольги считать постоянной.

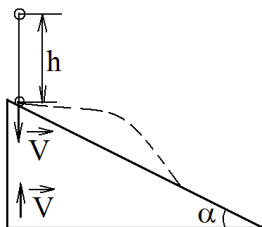


3. Санки с детьми общей массой $M = 60$ кг скатываются с гладкой горки длиной $L = 6,5$ м с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$ и, проехав некоторое расстояние по гладкой горизонтальной поверхности, попадают на асфальт. Чему равен коэффициент трения между полозьями санок и асфальтом, если санки остановились на расстоянии $2a$ от кромки асфальта?

Длина полозьев, $a = 1$ м, ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с².

4. Необходимо изготовить световую рекламу из шести лампочек накаливания, расположенных в вершинах правильного шестиугольника. Для этого есть две лампы на 220 В по 60 Вт, две лампы на 110 В по 60 Вт и две лампы на 110 В по 40 Вт. Реклама должна работать от электрической сети с напряжением 220 В. Составьте схему такого включения, чтобы все лампы работали в полном накале. Определите электрическое сопротивление предложенной цепи. Сколько будет стоить использование этой рекламы в зимний месяц (30 дней), если лампы будут гореть ежедневно с 18.00 до 24.00, а стоимость 1 кВт·ч электроэнергии 2 руб.

5. Грузы массами $2g$, $4g$, $6g$, $8g$, $10g$ закрепили на одинаковом расстоянии друг от друга на невесомом стержне длиной $L = 12$ см. На каком расстоянии от левого края находится центр масс этой системы?

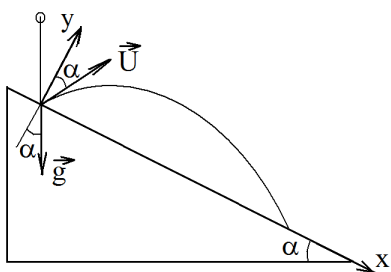


1. В подъёмнике, поднимающемся с постоянной скоростью V , перевозят груз, имеющий форму клина с углом $\alpha = 30^\circ$. В некоторый момент строитель, находящийся на высоте $h = 3,75$ м, роняет стальной шарик (шарик на нити он использовал в качестве отвеса). Скорости клина и шарика в момент встречи оказались одинаковы.

1) Определить расстояние между первым и вторым ударом шарика о наклонную плоскость. 2) Во сколько раз отличалось бы это расстояние при падении с той же скоростью на неподвижный клин? Удар считать абсолютно упругим, сопротивление воздуха не учитывать, шарик считать материальной точкой, ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Найдём время движения до плоскости. Расстояние $h = h_1 + h_2 = Vt + \frac{gt^2}{2}$. (1) Скорость шарика к моменту удара $V = gt$ подставляем в (1) и выражаем время $h = \frac{3gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{3g}} = 0,5 \text{ с}$. Тогда скорость шарика $V = 5 \text{ м/с}$.



Далее свяжем систему отсчёта с движущимся с постоянной скоростью клином. Скорость шарика перед ударом в этой системе отсчёта $U = 2V$.

Расстояние от первого удара до второго

$$S = x = U \sin \alpha t + \frac{g \sin \alpha t^2}{2}. \quad (2)$$

Время найдём из условия $y = U \cos \alpha t - \frac{g \cos \alpha t^2}{2} = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{2U}{g} \quad (3) \quad \text{и подставим в (2), тогда} \quad S = \frac{2U^2 \sin \alpha}{g} + \frac{4U^2 \sin \alpha}{2g} = \frac{4U^2 \sin \alpha}{g}.$$

$$S = \frac{16V^2 \sin \alpha}{g} = \frac{16 \cdot 25 \cdot 0,5}{10} = 20 \text{ м}$$

Если клин неподвижен, то $U = V$ и $S = \frac{4V^2 \sin \alpha}{g}$, т.е. расстояние будет в 4 раза меньше.

2. Наблюдая за упаковкой конфет, технолог заметил, что диаметр рулона с алюминиевой фольгой уменьшился вдвое за время $t_1 = 2$ ч. После этого он зафиксировал промежуток времени, за которое диаметр рулона уменьшился ещё в два раза. Какое значение t получил технолог? Скорость движения фольги считать постоянной.

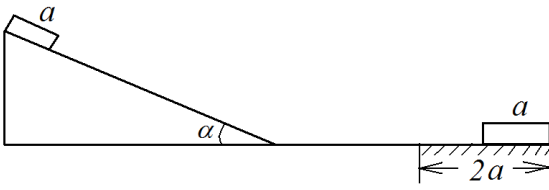
Решение

Так как скорость движения фольги постоянна, то массу истраченной фольги можно найти двумя способами $m = \rho(\pi R^2 - \pi r_1^2)d = \rho d b v t_1$, (1)

где ρ - плотность, d - толщина, b - ширина фольги, $v \cdot t_1$ - длина истраченной ленты фольги.

$$\text{Из (1)} \quad \left. \begin{array}{l} \pi(R^2 - r_1^2) = b v t_1 \\ \pi(r_1^2 - r_2^2) = b v t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{(R^2 - r_1^2)}{(r_1^2 - r_2^2)} = \frac{t_1}{t_2}. \quad \text{Подставляем } r_1 = \frac{R}{2}; \quad r_2 = \frac{r_1}{2} = \frac{R}{4} \text{ и получаем}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\left(\frac{R^2}{4} - \frac{R^2}{16}\right)}{\left(\frac{R^2}{4} - \frac{R^2}{16}\right)} = 4. \quad \text{Отсюда } t_2 = \frac{t_1}{4} = \frac{2ч}{4} = 0,5ч = 30 \text{ мин}$$



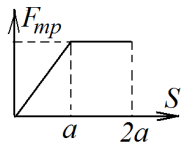
3. Санки с детьми общей массой $M = 60 \text{ кг}$ скатываются с гладкой горки длиной $L = 6,5 \text{ м}$ с углом наклона к горизонту $\alpha = \arcsin 0,2$ и, проехав некоторое расстояние по гладкой горизонтальной поверхности, попадают на асфальт. Чему равен коэффициент трения между полозьями санок и асфальтом, если санки остановились на расстоянии $2a$ от кромки асфальта?

Длина полозьев, $a = 1 \text{ м}$, ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Так как горка гладкая, то воспользуемся законом сохранения энергии $Mgh = Mg(L - \frac{a}{2})\sin \alpha = \frac{MV^2}{2}$. (1) Кинетическая энергия переходит в работу против сил трения

$$Mg(L - \frac{a}{2})\sin \alpha = |A_{mp}|. \quad (2)$$



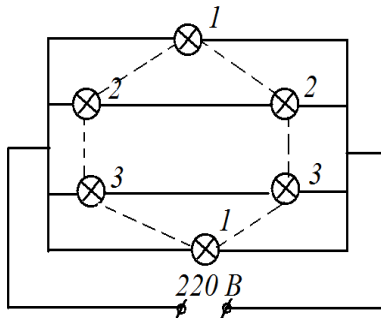
При въезде на асфальт сила трения меняется от 0 до $F_{mp} = \mu Mg$ и работу можно найти графически $A_{mp} = \frac{\mu Mg3a}{2}$. Подставляем в (2)

$$Mg\left(\frac{2L - a}{2}\right)\sin \alpha = \frac{\mu Mg3a}{2} \text{ и находим коэффициент трения скольжения}$$

$$\mu = \frac{(2L - a)\sin \alpha}{3a} = 0,8.$$

4. Необходимо изготовить световую рекламу из шести лампочек накаливания, расположенных в вершинах правильного шестиугольника. Для этого есть две лампы на 220 В по 60 Вт , две лампы на 110 В по 60 Вт и две лампы на 110 В по 40 Вт . Реклама должна работать от электрической сети с напряжением 220 В . Составьте схему такого включения, чтобы все лампы работали в полном накале. Определите электрическое сопротивление предложенной цепи. Сколько будет стоить использование этой рекламы в зимний месяц (30 дней), если лампы будут гореть ежедневно с 18.00 до 24.00, а стоимость $1 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$ электроэнергии 2 руб .

Решение



Введём нумерацию $1 - U_1 = 220 \text{ В}, P_1 = 60 \text{ Вт}$

$$2 - U_2 = 110 \text{ В}, P_1 = 60 \text{ Вт}$$

$$3 - U_2 = 110 \text{ В}, P_2 = 40 \text{ Вт}$$

Мощность $P = \frac{U^2}{R}$, тогда $R = \frac{U^2}{P}$. Общее сопротивление цепи

$$\text{находим из условия } \frac{1}{R_{\text{об}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_2} + \frac{1}{2R_3} + \frac{1}{R_1} = 2\frac{P_1}{U_1^2} + \frac{P_1}{U_2^2} + \frac{P_2}{U_2^2} = \frac{80}{110^2}, \quad R_{\text{об}} = \frac{110^2}{80}.$$

Потребляемая мощность $P = \frac{U^2}{R_{об}} = \frac{220^2 \cdot 80}{110^2} = 320 \text{ Вт}$. (Или $P = 2P_2 + 4P_1 = 320 \text{ Вт}$)

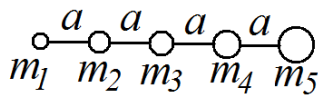
Реклама используется в течение 30 дней по 6 часов, т.е. время $t = 6 \cdot 30 = 180 \text{ час}$

Потребляемая энергия $W = P \cdot t = 320 \cdot 180 = 57600 \text{ Вт} \cdot \text{час} = 57,6 \text{ кВт} \cdot \text{час}$.

Стоимость $C = 57,6 \cdot 2 = 115,2 \text{ руб}$

5. Грузы массами 2г, 4г, 6г, 8г, 10г закрепили на одинаковом расстоянии друг от друга на невесомом стержне длиной $L = 12 \text{ см}$. На каком расстоянии от левого края находится центр масс этой системы?

Решение



Расстояние между грузами $a = \frac{L}{4} = 3 \text{ см}$.

Найдём расстояние от левого края стержня до центра масс системы

$$x = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 a + m_3 2a + m_4 3a + m_5 4a}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5} = \frac{4 \cdot 3 + 6 \cdot 2 \cdot 3 + 8 \cdot 3 \cdot 3 + 10 \cdot 4 \cdot 3}{2 + 4 + 6 + 8 + 10} = 8 \text{ см}$$



ФГБОУ ВО
«Тулский государственный университет»

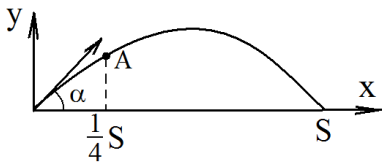
Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2019/20



Заключительный этап

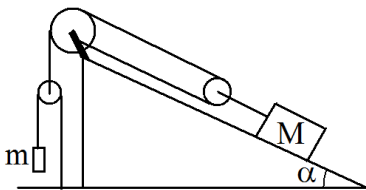
10 класс

I вариант



1. Тело, брошенное под углом к горизонту, через время τ имело касательное ускорение $a_{\kappa} = 6\text{ м/с}^2$. В этот момент тело находилось в точке А и путь по горизонтали был равен четверти всего пути. 1) Найти тангенс угла, под которым было брошено тело.

2) Чему будет равен радиус кривизны в верхней точке траектории, если начальная скорость $V = 10\text{ м/с}$? Сопротивление воздуха не учитывать, тело считать материальной точкой, ускорение свободного падения равно $g = 10\text{ м/с}^2$.

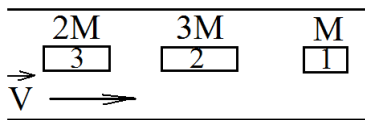


2. Брусок массой M , связан через систему блоков с грузом массой m .

1) При каком отношении масс M/m брусок опускается по наклонной плоскости с ускорением $a = 2\text{ м/с}^2$? 2) Может ли брусок подниматься по наклонной плоскости с тем же ускорением, если может, то при каком отношении масс? Коэффициент трения скольжения между бруском и наклонной плоскостью $\mu = 0,1$, ускорение свободного падения $g = 10\text{ м/с}^2$. Угол $\alpha = 37^\circ$, $\sin \alpha = 0,6$.

3. К амперметру с внутренним сопротивлением $r = 20\text{ Ом}$ с пределом измерения $I_1 = 0,1\text{ А}$ подсоединяют резистор, увеличивающий предел измерения до $I_2 = 10\text{ А}$.

Какое количество тепла выделится на внутреннем сопротивлении амперметра за 5 мин при включении получившегося устройства в цепь, величина тока в которой $I = 5\text{ А}$?

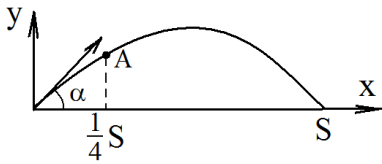


4. Геологи сплаваются по реке на плотам, которые движутся вдоль реки по одной линии. Массы плотов указаны на рисунке. Со второго плота одновременно на первый и третий бросают одинаковые грузы m с одинаковыми скоростями U относительно плота. Определите скорости плотов относительно берега реки сразу после падения на них грузов. Скорость течения реки V , $U = 2V$, $M = 5m$.

5. В сосуде содержится 10 моль гелия объёмом $V_1 = 30\text{ л}$ под давлением $P_1 = 4 \cdot 10^5\text{ Па}$. Давление газа медленно меняется по закону $P = b + aV$ и в конце процесса объём становится $V_2 = 10\text{ л}$, а давление $P_2 = 16 \cdot 10^5\text{ Па}$. Чему равно максимальное значение среднеквадратичной скорости молекул в этом процессе? При каком объёме эта скорость будет максимальна?

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31\text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$, a и b – постоянные величины.

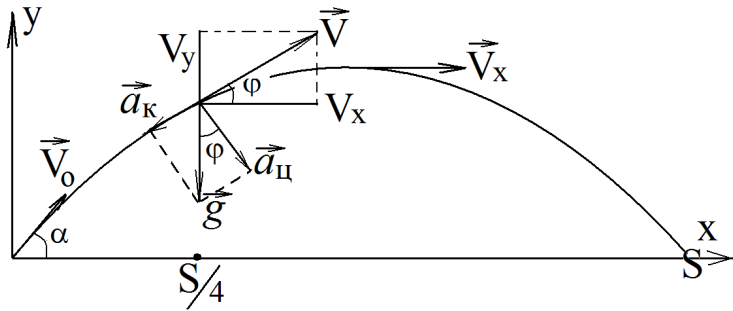
I вариант



1. Тело, брошенное под углом к горизонту, через время τ имело касательное ускорение $a_k = 6 \text{ м/с}^2$. В этот момент тело находилось в точке А и путь по горизонтали был равен четверти всего пути. 1) Найти тангенс угла, под которым было брошено тело.

2) Чему будет равен радиус кривизны в верхней точке траектории, если начальная скорость $V = 10 \text{ м/с}$? Сопротивление воздуха не учитывать, тело считать материальной точкой, ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение



Так как скорость при движении вверх уменьшается, то касательное ускорение направлено противоположно скорости. Векторная сумма касательного и центростремительного ускорения равна ускорению свободного падения. Скорость в точке А разложим на составляющие по оси x и y . Из рисунка видно, что $\sin \varphi = \frac{a_k}{g} = \frac{V_y}{V}$. (1)

Проекция скорости на ось X : $V_x = V_0 \cos \alpha$, на ось Y : $V_y = V_0 \sin \alpha - g\tau$. (2)

Полное время движения найдём из уравнения кинематики $y = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 0$ в конце движения. Тогда $t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$. (3)

Так как движение по оси X равномерное, то $\tau = \frac{t}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{V_0 \sin \alpha}{2g}$. (4)

Подставляя (4) в (2), получим $V_y = V_0 \sin \alpha - \frac{gV_0 \sin \alpha}{2g} = \frac{V_0 \sin \alpha}{2}$.

Скорость равна $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{4}}$. Подставляем в (1) и получаем

$$\frac{a_k}{g} = \frac{V_0 \sin \alpha}{2\sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{4}}}, \text{ откуда получаем } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2a_k}{\sqrt{g^2 - a_k^2}} = \frac{2 \cdot 6}{\sqrt{100 - 36}} = 1,5.$$

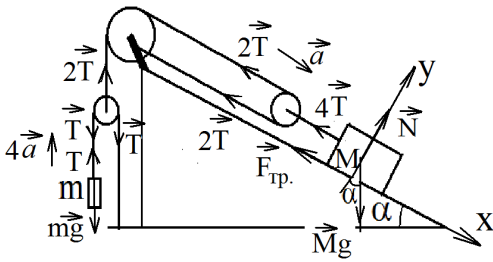
В верхней точке траектории скорость $V_x = V_0 \cos \alpha$, касательное ускорение равно 0, тогда центростремительное ускорение $a_u = \frac{V_x^2}{R}$ или $g = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{R}$. Угол $\alpha = \operatorname{arctg} 1,5 = 56,3^\circ$

Радиус кривизны траектории $R = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = 3,08 \text{ м}$.

2. Брусок массой M , связан через систему блоков с грузом массой m .

1) При каком отношении масс M/m брусок опускается по наклонной плоскости с ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$? 2) Может ли брусок подниматься по наклонной плоскости с тем же ускорением, если может, то при каком отношении масс? Коэффициент трения скольжения между бруском и наклонной плоскостью $\mu = 0,1$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Угол $\alpha = 37^\circ$, $\sin \alpha = 0,6$.

Решение



На рисунке расставим действующие силы при опускании бруска и запишем II закон Ньютона.

Для груза: $T - mg = 4ma$,

тогда сила натяжения нити $T = mg + 4ma$ (1)

Для бруска в проекции на OX: $Mg \sin \alpha - 4T - F_{тр} = Ma$ (2)

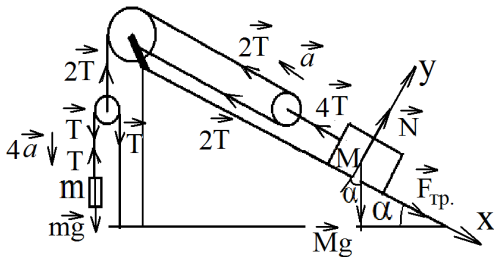
в проекции на OY: $N - Mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = Mg \cos \alpha$, следовательно $F_{тр} = \mu N = \mu Mg \cos \alpha$ (3)

(если $\alpha = 37^\circ$, $\sin \alpha = 0,6$, то $\cos \alpha = 0,8$)

(1) и (3) ставим в (2), $Mg \sin \alpha - 4mg - 16ma - \mu Mg \cos \alpha = Ma$ и получаем

$Mg \sin \alpha - Ma - \mu Mg \cos \alpha = 4mg + 16ma$,

тогда отношение масс $\frac{M}{m} = \frac{4g + 16a}{g \sin \alpha - a - \mu g \cos \alpha} = \frac{40 + 32}{10 \cdot 0,6 - 2 - 0,1 \cdot 10 \cdot 0,8} = 22,5$



При движении бруска в обратную сторону для груза $T - mg = -4ma$, $T = mg - 4ma$

Для бруска в проекции на OX:

$Mg \sin \alpha - 4T + F_{тр} = -Ma$, подставляя T и силу трения

получим

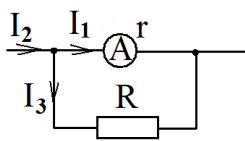
$Mg \sin \alpha - 4mg + 16ma + \mu Mg \cos \alpha = -Ma$,

$\frac{M}{m} = \frac{4g - 16a}{g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha + a} = \frac{40 - 32}{6 + 0,1 \cdot 10 \cdot 0,8 + 2} = 0,909$

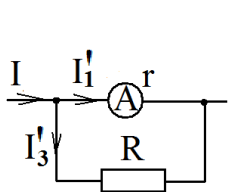
3. К амперметру с внутренним сопротивлением $r = 20 \text{ Ом}$ с пределом измерения $I_1 = 0,1 \text{ А}$ подсоединяют резистор, увеличивающий предел измерения до $I_2 = 10 \text{ А}$.

Какое количество тепла выделится на внутреннем сопротивлении амперметра за 5 мин при включении получившегося устройства в цепь, величина тока в которой $I = 10 \text{ А}$?

Решение



Чтобы увеличить предел измерения амперметра следует присоединить резистор R параллельно амперметру. Следовательно, напряжения на резисторе и амперметре одинаковы и тогда $I_1 r = I_3 R \Rightarrow I_3 = \frac{r}{R} I_1$.



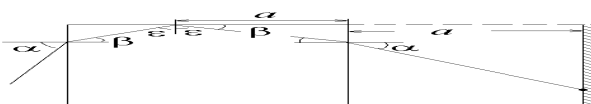
Подводимый ток $I_2 = I_1 + I_3 = I_1 \left(1 + \frac{r}{R} \right)$ (1)

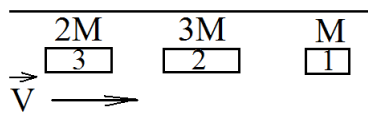
При изменении подводимого тока $I_1' r = I_3' R \Rightarrow I_3' = \frac{r}{R} I_1'$, тогда

$I = I_1' + I_3' = I_1' \left(1 + \frac{r}{R} \right)$ (2)

Разделив (1) на (2), получаем $\frac{I_2}{I} = \frac{I_1}{I_1'}$, откуда сила тока, текущего через амперметр во втором

случае равна $I_1' = \frac{I_1 I}{I_2}$. Тогда количество тепла, выделяемого в амперметре





4. Геологи сплаваются по реке на плотам, которые движутся вдоль реки по одной линии. Массы плотов указаны на рисунке. Со второго плота одновременно на первый и третий бросают одинаковые грузы m с одинаковыми скоростями U относительно плота. Определите скорости плотов относительно берега реки сразу после падения на них грузов. Скорость течения реки V , $U = 2V$, $M = 5m$.

Решение

Свяжем систему отсчёта с рекой, тогда до переброски грузов скорость всех плотов равна нулю. Запишем закон сохранения импульса

для 1-го: $mU = (m+M)V_1$, тогда $V_1 = \frac{mU}{m+M} = \frac{m2V}{6m} = \frac{V}{3}$, а относительно берега $V'_1 = V + \frac{V}{3} = \frac{4V}{3}$.

для 2-го: $mU - mU = 0$, т.е. $V_2 = 0$ и относительно берега $V'_2 = V$

для 3-го: $-mU = (2M + m)V_3$, $V_3 = \frac{-mU}{2M + m} = \frac{-m2V}{11m} = -\frac{2V}{11}$, а относительно берега

$$V'_3 = V - \frac{2V}{11} = \frac{9V}{11}.$$

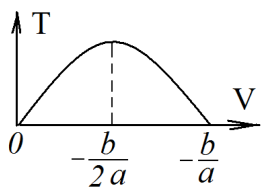
5. В сосуде содержится 10 моль гелия объёмом $V_1 = 30$ л под давлением $P_1 = 4 \cdot 10^5$ Па. Давление газа медленно меняется по закону $P = b + aV$ и в конце процесса объём становится $V_2 = 10$ л, а давление $P_2 = 16 \cdot 10^5$ Па. Чему равно максимальное значение среднеквадратичной скорости молекул в этом процессе? При каком объёме эта скорость будет максимальна?

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж / К · моль, a и b – постоянные величины.

Решение

Постоянные a и b найдём из граничных условий $\left. \begin{array}{l} P_1 = b + aV_1 \\ P_2 = b + aV_2 \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{P_1 - P_2}{V_1 - V_2} = -0,6 \cdot 10^8 \text{ Па} / \text{м}^3$;

$$b = P_1 - aV_1 = 22 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$



В уравнение состояния для идеального газа $\nu RT = PV$ подставим

$$P = b + aV \text{ и выразим температуру } T = \frac{bV + aV^2}{\nu R} \text{ (1). Среднеквадратичная}$$

скорость максимальна при максимальной температуре. График зависимости температуры от объёма – парабола. Из симметрии параболы де-

лаем вывод, что температура максимальна при объёме

$$V_{\max} = -\frac{b}{2a} = \frac{22 \cdot 10^5}{2 \cdot 0,6 \cdot 10^8} = 18,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 18,3 \text{ л}.$$

$$\text{Подставляя этот объём в (1) получаем максимальную температуру } T_{\max} = -\frac{b^2}{\nu R 4a} = \frac{(22 \cdot 10^5)^2}{10 \cdot 8,31 \cdot 4 \cdot (-0,6 \cdot 10^8)} = 243 \text{ К}.$$

$$\text{Максимальная среднеквадратичная скорость } g = \sqrt{\frac{3RT_{\max}}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 243}{4 \cdot 10^{-3}}} = 1230 \text{ м} / \text{с}.$$



ФГБОУ ВО
«Тульский государственный университет»

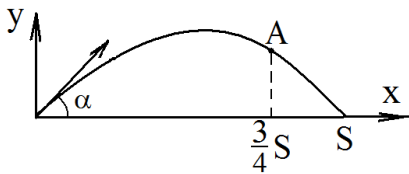
Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2019/20



Заключительный этап

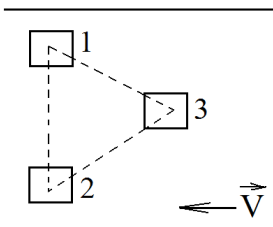
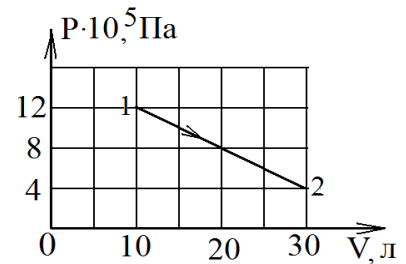
10 класс

II вариант



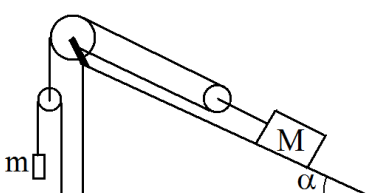
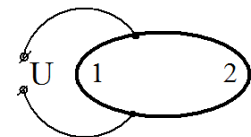
1. Тело, брошенное под углом к горизонту, через время τ имело центростремительное ускорение $a_{\text{ц}} = 8 \text{ м/с}^2$. В этот момент тело находилось в точке А и путь по горизонтали был равен $3/4$ всего пути. 1) Найти тангенс угла, под которым было брошено тело. 2) Чему будет равен радиус кривизны в верхней точке траектории, если начальная скорость $V = 8 \text{ м/с}$? Сопротивление воздуха не учитывать, тело считать материальной точкой, ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

2. В сосуде находится 5 молей азота. Чему равно максимальное значение среднеквадратичной скорости молекул при медленном переходе газа из состояния 1 в состояние 2? При каком объёме эта скорость будет максимальна? Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$.



3. Плоты одинаковой массы M сплавляются по реке. Скорость реки V одинакова во всех точках, плоты расположены так, что образуют равносторонний треугольник. В некоторый момент с третьего плота бросают одинаковые грузы m с одинаковой скоростью $U = \sqrt{3}V$ на первый и второй плоты. Определить скорость третьего плота относительно берега сразу после броска. Масса плота $M = 8m$.

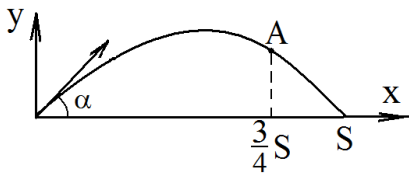
4. К двум точкам замкнутого проводника сопротивлением R подключают напряжение $U = 12 \text{ В}$ при помощи соединительных проводов пренебрежимо малого сопротивления. Если менять точки контакта, то выделяющееся в проводнике тепло меняется. Минимальное количество тепла, выделившееся за $t = 10 \text{ с}$ равно $Q = 2880 \text{ Вт}$. При каком отношении длин участков проводника теплота будет минимальной? Чему равно сопротивление проводника?



5. Брусок массой $M = 8m$, связан через систему блоков с грузом массой m .

1) Определить ускорение бруска M . 2) Может ли брусок изменить направление движения, если может, то при каком отношении масс это произойдёт? Коэффициент трения скольжения между бруском и наклонной плоскостью $\mu = 0,1$, ускорение свободного

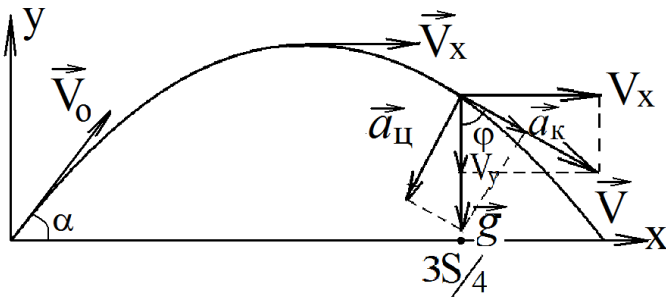
падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Угол $\alpha = 37^\circ$, $\sin \alpha = 0,6$.



1. Тело, брошенное под углом к горизонту, через время τ имело центростремительное ускорение $a_u = 8 \text{ м/с}^2$. В этот момент тело находилось в точке А и путь по горизонтали был равен $3/4$ всего пути. 1) Найти тангенс угла, под которым было брошено тело. 2) Чему будет равен радиус кривизны в верхней точке траектории, если начальная скорость $V = 8 \text{ м/с}$? Сопро-

тивление воздуха не учитывать, тело считать материальной точкой, ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение



Так как скорость при движении вниз увеличивается, то касательное ускорение направлено по скорости. Векторная сумма касательного и центростремительного ускорения равна ускорению свободного падения. Скорость в точке А разложим на составляющие по оси x и y . Из рисунка видно,

$$\text{что } \sin \varphi = \frac{a_u}{g} = \frac{V_x}{V}. \quad (1)$$

Проекция скорости на ось X : $V_x = V_0 \cos \alpha$, на ось Y : $V_y = V_0 \sin \alpha - g\tau$. (2)

Полное время движения найдём из уравнения кинематики $y = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 0$ в конце движения. Тогда $t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$. (3)

Так как движение по оси X равномерное, то $\tau = \frac{3t}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{3V_0 \sin \alpha}{2g}$. (4)

Подставляя (4) в (2), получим $V_y = V_0 \sin \alpha - \frac{3gV_0 \sin \alpha}{2g} = -\frac{V_0 \sin \alpha}{2}$.

Скорость равна $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{4}}$. Подставляем в (1) и получаем

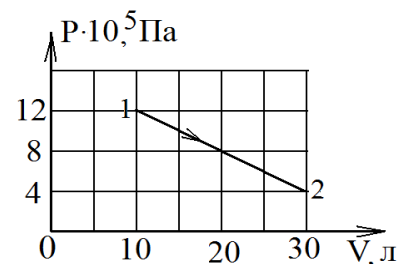
$$\frac{a_u}{g} = \frac{V_0 \cos \alpha}{2\sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{4}}}, \text{ откуда получаем } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{g^2 - a_u^2}}{a_u} = \frac{2 \cdot \sqrt{100 - 64}}{8} = 1,5.$$

В верхней точке траектории скорость $V_x = V_0 \cos \alpha$, касательное ускорение равно 0, тогда центростремительное ускорение $a_u = \frac{V_x^2}{R}$ или $g = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{R}$. Угол $\alpha = \operatorname{arctg} 1,5 = 56,3^\circ$

Радиус кривизны траектории $R = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{64 \cdot 0,308}{10} = 1,97 \text{ м}$.

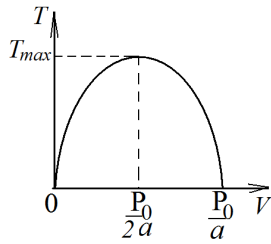
2. В сосуде находится 5 молей азота. Чему равно максимальное значение среднеквадратичной скорости молекул при медленном переходе газа из состояния 1 в состояние 2? При каком объёме эта скорость будет максимальна? Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$.

Решение



Из графика следует, что давление меняется по закону $P = P_0 - aV$. (1) Запишем этот закон для

двух состояний $\left. \begin{matrix} P_1 = P_0 - aV_1 \\ P_2 = P_0 - aV_2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow a = \frac{P_1 - P_2}{V_2 - V_1} = \frac{(12 - 4) \cdot 10^5}{(30 - 10) \cdot 10^3} = 0,4 \cdot 10^8 \text{ Па/м}^3; \quad P_0 = 16 \cdot 10^5 \text{ Па}$ (2)



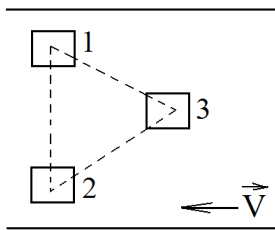
В уравнение состояния для идеального газа $\nu RT = PV$ подставим

$P = P_0 - aV$ и выразим температуру $T = \frac{P_0V - aV^2}{\nu R}$ (1). Среднеквадратичная скорость максимальна при максимальной температуре. График зависимости температуры от объёма – парабола. Из симметрии параболы делаем вывод, что температура максимальна при объёме

$V_{\max} = \frac{P_0}{2a} = \frac{16 \cdot 10^5}{2 \cdot 0,4 \cdot 10^8} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 20 \text{ л}$. Подставляя этот объём в (1) получаем максимальную

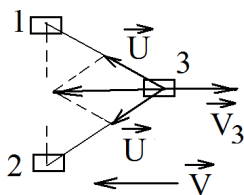
температуру $T_{\max} = \frac{P_0^2}{\nu R 4a} = \frac{(16 \cdot 10^5)^2}{5 \cdot 8,31 \cdot 4 \cdot 0,4 \cdot 10^8} = 385 \text{ К}$.

Максимальная среднеквадратичная скорость $g = \sqrt{\frac{3RT_{\max}}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 385}{28 \cdot 10^{-3}}} = 585 \text{ м/с}$.



3. Плоты одинаковой массы M сплавляются по реке. Скорость реки V одинакова во всех точках, плоты расположены так, что образуют равносторонний треугольник. В некоторый момент с третьего плота бросают одинаковые грузы m с одинаковой скоростью $U = \sqrt{3}V$ на первый и второй плоты. Определить скорость третьего плота относительно берега сразу после броска. Масса плота $M = 8m$.

Решение



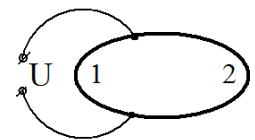
Свяжем систему отсчёта с рекой, тогда до переброски грузов скорость всех плотов равна нулю. Запишем закон сохранения импульса для третьего плота (ось X направлена по скорости реки)

$0 = mU \cos 30^\circ + mU \cos 30^\circ + (M - 2m)V_3$. Из этого выражения находим

скорость плота после броска $V_3 = -\frac{2mU \cos 30^\circ}{M - 2m} = -\frac{2mV\sqrt{3} \cos 30^\circ}{6m} = -\frac{V}{2}$.

Тогда скорость плота относительно берега $V' = V - \frac{V}{2} = \frac{V}{2}$.

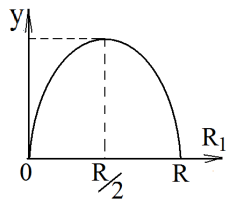
4. К двум точкам замкнутого проводника сопротивлением R подключают напряжение $U = 12 \text{ В}$ при помощи соединительных проводов пренебрежимо малого сопротивления. Если менять точки контакта, то выделяющееся в проводнике тепло меняется. Минимальное количество тепла, выделившееся за $t = 10 \text{ с}$ равно $Q = 2880 \text{ Дж}$. При каком отношении длин участков проводника теплота будет минимальной? Чему равно сопротивление проводника?



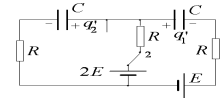
Решение

Обозначим сопротивление первого участка R_1 , тогда сопротивление второго $R_2 = R - R_1$. Эти участки соединены параллельно и их общее сопротивление $R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 (R - R_1)}{R}$ (1)

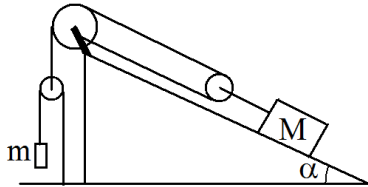
По закону Джоуля – Ленца выделяющееся тепло $Q = \frac{U^2 t}{R_0} = \frac{U^2 R t}{R_1(R - R_1)}$ (2).



Это тепло будет минимальным, если знаменатель дроби $y = R_1 R - R_1^2$ максимален. Эта функция имеет два корня (см. рис.) Знаменатель максимален при $R_1 = \frac{R}{2}$. Подставляем это значение в (2)



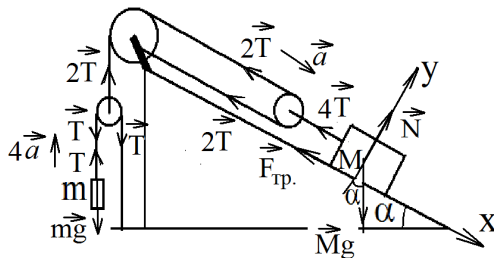
и выражаем сопротивление $R = \frac{4U^2 t}{Q} = \frac{4 \cdot 144 \cdot 10}{2880} = 2 \text{ Ом}$.



5. Брусок массой $M = 8m$, связан через систему блоков с грузом массой m .

1) Определить ускорение бруска M . 2) Может ли брусок изменить направление движения, если может, то при каком отношении масс это произойдет? Коэффициент трения скольжения между бруском и наклонной плоскостью $\mu = 0,1$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Угол $\alpha = 37^\circ$, $\sin \alpha = 0,6$.

Решение



Предположим, что брусок опускается. На рисунке представим действующие силы при таком движении силы и запишем II закон Ньютона.


Для груза: $T - mg = 4ma$,

тогда сила натяжения нити $T = mg + 4ma$ (1)

Для бруска в проекции на OX: $Mg \sin \alpha - 4T - F_{тр} = Ma$

(2)

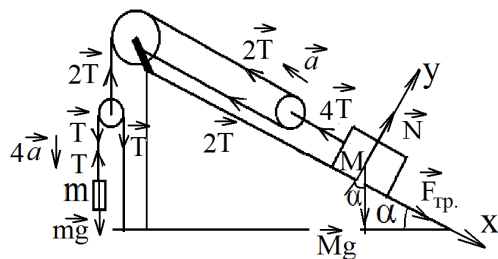
в проекции на OY: $N - Mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = Mg \cos \alpha$, следовательно $F_{тр} = \mu N = \mu Mg \cos \alpha$ (3)

(если $\alpha = 37^\circ$, $\sin \alpha = 0,6$, то )

(1) и (3) ставим в (2), $Mg \sin \alpha - 4mg - 16ma - \mu Mg \cos \alpha = Ma$ и получаем ускорение

$$Mg \sin \alpha - 4mg - \mu Mg \cos \alpha = Ma + 16ma \Rightarrow a = \frac{Mg \sin \alpha - 4mg - \mu Mg \cos \alpha}{M + 16m}$$

$$\frac{g(8m \sin \alpha - 4m - \mu 8m \cos \alpha)}{8m + 16m} = 0,067 \text{ м/с}^2$$



При движении бруска с постоянной скоростью в обратную сторону для груза $T - mg = 0$, $T = mg$

Для бруска в проекции на OX: $Mg \sin \alpha - 4T + F_{тр} = 0$,

подставляя T и силу трения получим

$$\frac{M}{m} = \frac{4g}{g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha} = \frac{40}{6 + 0,1 \cdot 10 \cdot 0,8} = 5,88$$

В обратную сторону брусок будет двигаться при $\frac{M}{m} \leq 5,88$



ФГБОУ ВО
«Тулский государственный университет»

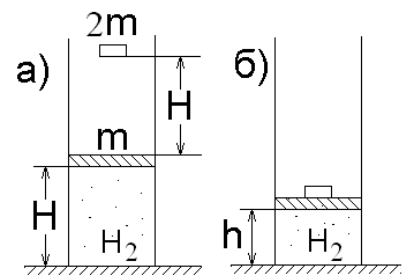


Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2019/20

Заключительный
этап
11 класс

Вариант I

1. В теплоизолированном цилиндре, герметично закрытом теплопроводящим поршнем массы m и площадью сечения S , находится некоторое количество водорода. Вне сосуда давление равно нулю, а поршень находится в равновесии на некоторой высоте H над дном цилиндра. Сверху, с такой же высоты H , над поршнем отпускают большой пластилиновый брусок массы $2m$, который абсолютно неупруго соударяется с поршнем и прилипает к нему.

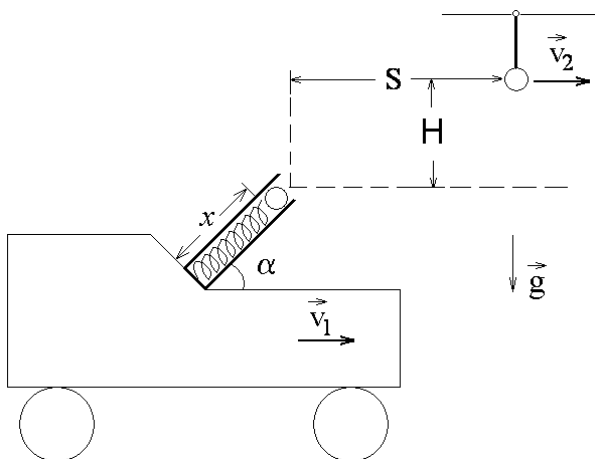


Вопрос 1. Во сколько раз уменьшилась высота поршня над дном цилиндра в новом положении равновесия?

Вопрос 2. На сколько процентов изменилась температура водорода?

Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

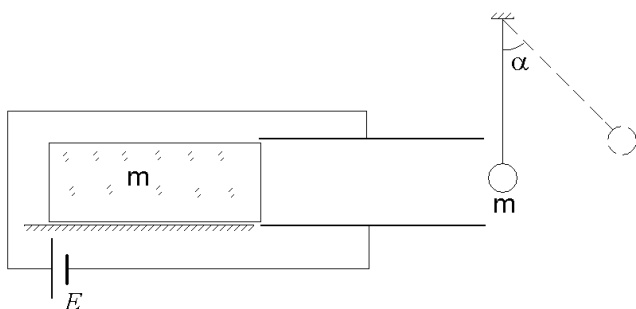
Замечание: внутренняя энергия идеального двухатомного газа определяется по формуле $U = \frac{5}{2} \nu RT$



2. Пятилетнему Андрею купили на день рождения игрушечный тир, в комплект которого входила тяжёлая модель танка и мишень, которая могла двигаться по натянутой под потолком горизонтальной струне со скоростью $V_2 = 55$ см/с с помощью специального механизма. Пушка танка могла изменять угол α наклона к горизонту и выстреливать маленький шарик массой $m = 10$ г с помощью пружины с жесткостью 300 Н/м и 4 см длины. Андрей зарядил пушку, сжав пружину практически до нулевой длины, измерил высоту от уровня вылета шарика из пушки до мишени $H = 55$ см и запустил механизм движения мишени. Затем он стал двигать танк с постоянной скоростью $V_1 = 5$ см/с.

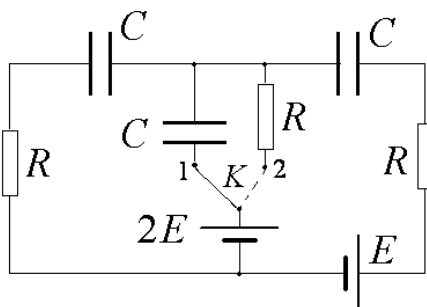
На каком горизонтальном расстоянии от мишени должен вылететь шарик из пушки, чтобы попасть в мишень, если угол наклона пушки к горизонту $\alpha = 60^\circ$. Со-

противлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения принять за $g = 10 \text{ м/с}^2$. Мишень движется в плоскости полёта шарика.



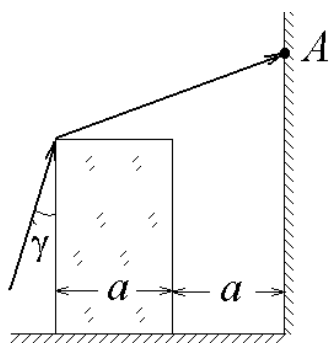
3. К двум горизонтальным металлическим пластинам подключили идеальный источник с ЭДС, равной $E = 50 \text{ В}$. Емкость получившегося воздушного конденсатора оказалась равной $C = 1 \text{ мФ}$. На его входе поместили диэлектрическую пластину массы $m = 100 \text{ г}$, которая может заполнить все пространство между пластинами конденсатора, свободно перемещаясь внутри него.

На выходе из конденсатора повесили маленький шарик такой же массы $m = 100 \text{ г}$ на нити длиной $L = 1 \text{ м}$. После центрального абсолютно упругого удара пластины о шарик, он начал движение. Натяжение нити уменьшилось в 4 раза за время движения шарика до остановки. Чему равна диэлектрическая проницаемость пластины? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь. Принять ускорение свободного падения за $g = 10 \text{ м/с}^2$.



4. В электрической схеме три одинаковых конденсатора ёмкостью $C = 1 \text{ мкФ}$, три одинаковых резистора с сопротивлением $R = 5 \text{ Ом}$ и два идеальных источника с ЭДС $E = 1 \text{ В}$ и $2E = 2 \text{ В}$. Ключ K переключают из положения 1 в положение 2, как показано на рисунке. В результате переключения в цепи устанавливаются новые параметры. Определите:

- 1) во сколько раз заряд, прошедший через левый резистор, отличается от заряда, прошедшего через правый резистор в процессе установления равновесия и в каком направлении прошёл заряд по резисторам?
- 2) сколько тепла выделится в цепи?



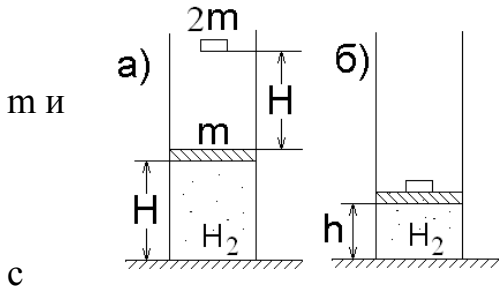
5. На расстоянии $a = 20 \text{ см}$ от стены поместили стеклянную пластину в виде прямоугольного параллелепипеда ширины a так, что её боковые грани параллельны стене. Под углом $\gamma = 30^\circ$ к вертикали идёт луч света и попадает чуть ниже верхнего ребра пластины. Прошедшие сквозь стекло лучи дают несколько изображений на стене из-за множественных отражений внутри пластины. На сколько сместится самое яркое пятно на стене, если угол между лучом и вертикалью станет 60° ?

Показатель преломления стекла принять равным $n = 1,3$.

Показатель преломления стекла принять равным $n = 1,3$.

Решения заданий

Задание 1



В теплоизолированном цилиндре, герметично закрытом теплопроводящим поршнем массы площадью сечения S , находится некоторое количество водорода. Вне сосуда давление равно нулю, а поршень находится в равновесии на некоторой высоте H над дном цилиндра. Сверху такой же высоты H над поршнем отпускают большой пластилиновый брусок массы $2m$, который абсолютно неупруго соударяется с поршнем и прилипает к нему.

Вопрос 1. Во сколько раз уменьшилась высота поршня над дном цилиндра в новом положении равновесия?

Вопрос 2. На сколько процентов изменилась температура водорода?

Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

Замечание: внутренняя энергия идеального двухатомного газа определяется по формуле $U = \frac{5}{2} \nu RT$

Решение:

Давление гелия $P_0 = \frac{mg}{S}$ Па.

В новом положении равновесия $P = \frac{3mg}{S} = 3P_0$.

Перед ударом скорость бруска $V = \sqrt{2gH}$

Из закона сохранения импульса скорость поршня с бруском $V_0 = \frac{mV}{3m} = \frac{V}{3}$.

По закону изменения энергии найдём работу газа над поршнем с бруском:

$$A = \Delta E = 0 - \left(\frac{3m(V/3)^2}{2} + 3mg(H-h) \right) = - \left(\frac{mgH}{3} + 3mg(H-h) \right) = -mg \left(\frac{10}{3}H - 3h \right) \quad (1)$$

Так как сосуд теплоизолирован, то газ не получал и не отдавал тепло. По 1-му началу термодинамики

$$A = -\Delta U = -\frac{5}{2} \nu R(T - T_0)$$

Из уравнений Менделеева-Клапейрона

$$P_0 S H = \nu R T_0$$

$$3P_0 S h = \nu R T$$

следует, что $\frac{T}{T_0} = \frac{3h}{H} \Rightarrow T = T_0 \frac{3h}{H}$ и

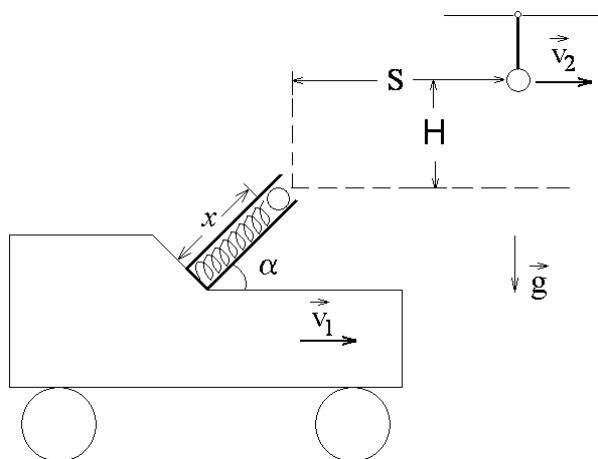
$$A = -\frac{5}{2} \nu R T_0 \left(\frac{3h}{H} - 1 \right) = -\frac{5}{2} P_0 S H \left(\frac{3h}{H} - 1 \right) = -\frac{5}{2} mg(3h - H) \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2) : $mg\left(\frac{10}{3}H - 3h\right) = mg\left(\frac{15}{2}h - \frac{5}{2}H\right)$, найдём новую высоту

$h = \frac{35H}{63}$, которая уменьшилась в $\frac{63}{35} = 1,8$ раза

$\frac{T}{T_0} = \frac{3h}{H} = \frac{3}{1,8} = 1,67$. Температура увеличилась на 67%

Задание 2



Пятилетнему Андрею купили на день рождения игрушечный тир, в комплект которого входила тяжёлая модель танка и мишень, которая могла двигаться по натянутой под потолком горизонтальной струне со скоростью $V_2 = 55$ см/с с помощью специального механизма. Пушка танка могла изменять угол α наклона к горизонту и выстреливать маленький шарик массой $m = 10$ г с помощью пружины с жесткостью 300 Н/м и 4 см длины. Андрей зарядил пушку, сжав пружину практически до нулевой длины, измерил высоту от уровня вылета шарика из пушки до мишени $H = 55$ см и запустил механизм движения мишени. Затем он стал двигать танк с постоянной скоростью $V_1 = 5$ см/с. На каком горизонтальном расстоянии от мишени должен вылететь шарик из пушки, чтобы попасть в мишень, если угол наклона пушки к горизонту $\alpha = 60^\circ$. Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения принять за $g = 10$ м/с². Мишень движется в плоскости полёта шарика.

дил пушку, сжав пружину практически до нулевой длины, измерил высоту от уровня вылета шарика из пушки до мишени $H = 55$ см и запустил механизм движения мишени. Затем он стал двигать танк с постоянной скоростью $V_1 = 5$ см/с. На каком горизонтальном расстоянии от мишени должен вылететь шарик из пушки, чтобы попасть в мишень, если угол наклона пушки к горизонту $\alpha = 60^\circ$. Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения принять за $g = 10$ м/с². Мишень движется в плоскости полёта шарика.

Решение:

Перейдём в инерциальную систему отсчёта, связанную с танком. В этой системе танк покоится, а мишень движется в направлении движения танка со скоростью $V_3 = V_1 - V_2 = 55 - 5 = 50$ см/с.

Скорость шарика при выстреле найдём из закона сохранения энергии

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow V_0 = x\sqrt{\frac{k}{m}} = 0,04 \cdot \sqrt{\frac{300}{0,01}} = 6,93 \text{ м/с}$$

Найдём время, через которое шарик окажется на одной высоте с мишенью

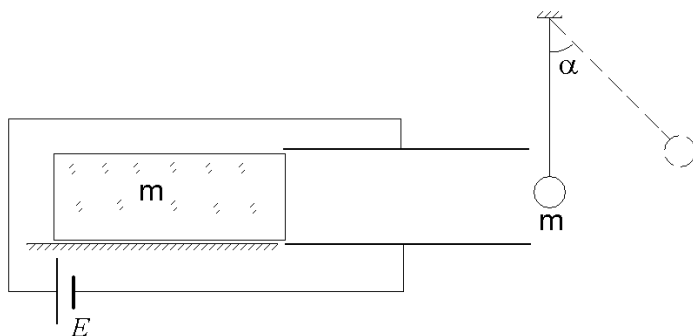
$$H = V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad \text{или} \quad \frac{g}{2}t^2 - x \sin \alpha \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + H = 0$$

$$D = \frac{kx^2}{m} \sin^2 \alpha - 2gH = \frac{300 \cdot 0,04^2}{0,01} \cdot \frac{3}{4} - 2 \cdot 10 \cdot 0,55 = 36 - 11 = 25$$

$$t = \frac{6 \pm 5}{10} = 0,1 \text{ и } 1,1 \text{ с}$$

за это время шарик успел пройти по горизонтали путь $S_1 = V_0 \cos \alpha \cdot t = 6,93 \cdot 0,5 \cdot 0,1 \approx 0,35$ м или $S_1 = 6,93 \cdot 0,5 \cdot 1,1 = 3,8$ м. Второй вариант маловероятен, так как размеры игрушечного тира не могут быть такими большими. Выбираем первое время $t = 0,1$ с. За это время мишень успела пройти путь $S_2 = V_3 \cdot t = 0,5 \cdot 0,1 = 0,05$ м. При выстреле расстояние до мишени было равно $S = S_1 - S_2 = 0,35 - 0,05 = 0,3$ м

Задание 3



К двум горизонтальным металлическим пластинам подключили идеальный источник с ЭДС, равной $E = 50$ В. Ёмкость получившегося воздушного конденсатора оказалась равной $C = 1$ мФ. На его входе поместили диэлектрическую пластину массы $m = 100$ г, которая может за-

полнить все пространство между пластинами конденсатора, свободно перемещаясь внутри него. На выходе из конденсатора повесили маленький шарик такой же массы $m = 100$ г на нити длиной $L = 1$ м. После центрального абсолютно упругого удара пластины о шарик, он начал движение. Натяжение нити уменьшилось в 4 раза за время движения шарика до остановки.

Чему равна диэлектрическая проницаемость пластины? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь. Принять ускорение свободного падения за $g = 10$ м/с².

Решение:

Так как источник идеальный, то внутреннее сопротивление принимается нулевым. В отсутствие трения и сопротивления не выделяется тепло, а вся работа источника идёт на изменение энергии заряженного конденсатора и кинетическую

энергию пластины. $A_{ум} = \Delta W_C + \Delta E_k = \frac{E^2(\epsilon - 1)C}{2} + \frac{mV^2}{2}$

$$A_{ум} = E \cdot \Delta q = E^2 \Delta C = E^2(\epsilon - 1)C = \frac{E^2(\epsilon - 1)C}{2} + \frac{mV^2}{2}$$

Находим кинетическую энергию пластины в момент полного заполнения про-

странства между пластинами. $\frac{mV^2}{2} = \frac{E^2(\epsilon - 1)C}{2}$.

При ударе о шарик такой же массы можно доказать с помощью законов сохранения энергии и импульса, что пластина остановится, а шарик полетит дальше с такой же скоростью.

Вся кинетическая энергия шарика перейдёт в его потенциальную энергию

$$\frac{mV^2}{2} = mgL(1 - \cos \alpha)$$

Чтобы найти $\cos \alpha$, воспользуемся вторым законом Ньютона, записанным в проекции на центростремительную ось для двух положений:

$$\text{для нижнего } T_1 - mg = m \frac{V^2}{L} = 2mg(1 - \cos \alpha) \Rightarrow T_1 = mg + 2mg(1 - \cos \alpha)$$

$$\text{для верхнего } T_2 - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow T_2 = mg \cos \alpha$$

$$\text{Из условия } T_1 = 4T_2 \Rightarrow mg + 2mg(1 - \cos \alpha) = 4mg \cos \alpha \Rightarrow 3mg = 6mg \cos \alpha$$

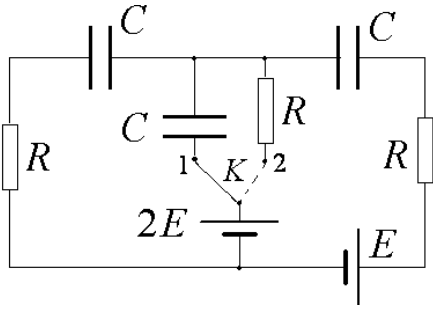
Таким образом $\cos \alpha = 0,5$

$$\text{Из равенства } \frac{mV^2}{2} = mgL(1 - \cos \alpha) = \frac{E^2(\epsilon - 1)C}{2}$$

можно найти диэлектрическую проницаемость пластины

$$\epsilon = 1 + \frac{2mgL(1 - \cos \alpha)}{E^2 C} = 1 + \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 1 \cdot (1 - 0,5)}{50^2 \cdot 10^{-3}} = 1,4$$

Задание 4



В электрической схеме три одинаковых конденсатора ёмкостью $C = 1$ мкФ, три одинаковых резистора с сопротивлением $R = 5$ Ом и два идеальных источника с ЭДС $E = 1$ В и $2E = 2$ В. Ключ К переключают из положения 1 в положение 2, как показано на рисунке. Через некоторое время наступает новое установившееся состояние.

1) Во сколько раз заряд, прошедший через левый резистор, отличается от заряда, прошедшего через правый резистор за это время? В каком направлении прошёл заряд по резисторам?

2) Сколько тепла выделится в схеме?

Решение:

Найдём начальные заряды на конденсаторах, используя правила Кирхгофа и закон сохранения заряда:

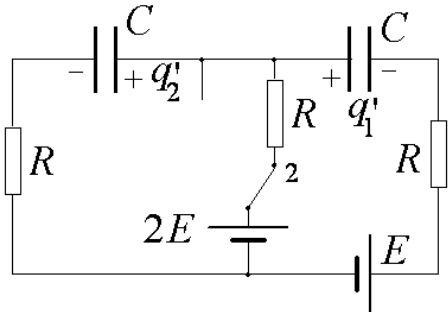
$$2E = \frac{q_3}{C} + \frac{q_2}{C} \Rightarrow q_2 = 2EC - q_3$$

$$2E - E = \frac{q_3}{C} + \frac{q_1}{C} \Rightarrow q_1 = EC - q_3$$

$$q_2 + q_1 - q_3 = 0 \Rightarrow$$

$$2EC - q_3 + EC - q_3 - q_3 = 0 \Rightarrow q_3 = EC$$

$$q_1 = 0; \quad q_2 = q_3 = EC$$



Далее аналогично:

$$2E = \frac{q'_2}{C} \Rightarrow q'_2 = 2EC$$

$$2E - E = \frac{q'_1}{C} \Rightarrow q'_1 = EC$$

Через левый резистор прошёл заряд

$$q'_2 - q_2 = 2EC - EC = EC \text{ сверху вниз}$$

Через правый резистор прошёл заряд

$$q'_1 - q_1 = EC - 0 = EC \text{ сверху вниз}$$

Через источник $2E$ прошёл заряд снизу вверх, равный сумме этих зарядов, т.е.

$$2EC. \text{ Работа этого источника равна } A_1 = 4E^2C$$

Через источник E заряд EC прошёл справа налево и работа этого источника равна

$$A_2 = -E^2C$$

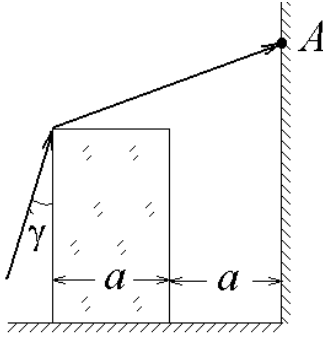
$$A_1 + A_2 = \Delta W + Q$$

$$\Delta W = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{2C} - \left(\frac{q'_1{}^2}{2C} + \frac{q'_2{}^2}{2C} \right) = \frac{E^2C}{2} + \frac{4E^2C}{2} - \frac{E^2C}{2} = 2E^2C$$

$$Q = A_1 + A_2 - \Delta W = 4E^2C - E^2C - 2E^2C = E^2C = 1^2 \cdot 10^{-6} = 1 \text{ мкДж}$$

Ответ: 1) одинаковый заряд; 2) $Q = 1$ мкДж

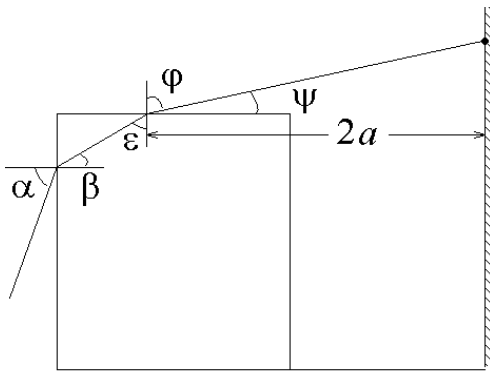
Задание 5



На расстоянии $a = 20$ см от стены поместили стеклянную пластину в виде прямоугольного параллелепипеда ширины a так, что её боковые грани параллельны стене. Под углом $\gamma = 30^\circ$ к вертикали идёт луч света и попадает чуть ниже верхнего ребра пластины. Прошедшие сквозь стекло лучи дают несколько изображений на стене из-за множественных отражений внутри пластины. На сколько сместится самое яркое пятно на стене, если угол между лучом и вертикалью станет 60° ?

Показатель преломления стекла принять равным $n = 1,3$.

Решение:



Рассмотрим в увеличенном масштабе место падения луча на грань. Обозначим угол падения $\alpha = 90^\circ - \gamma = 60^\circ$ к нормали. Угол преломления β . Угол падения на горизонтальную грань $\epsilon = 90^\circ - \beta$ и угол преломления ϕ . Угол между лучом и горизонтом $\psi = 90^\circ - \phi$

Запишем законы преломления

$$\sin \alpha = n \cdot \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}.$$

$$n \sin(90^\circ - \beta) = \sin \phi = \cos \psi \Rightarrow \cos \psi = n \cos \beta = n \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \psi} - 1} = \sqrt{\frac{1}{n^2 - \sin^2 \alpha} - 1} = \sqrt{\frac{1}{1,3^2 - 0,75} - 1} = \sqrt{0,0638} \approx 0,253.$$

Найдём высоту самого яркого светового пятна на стене над уровнем верхней грани пластины.

$$h_1 = 2a \cdot \operatorname{tg} \psi = 40 \cdot 0,253 \approx 10 \text{ см.}$$

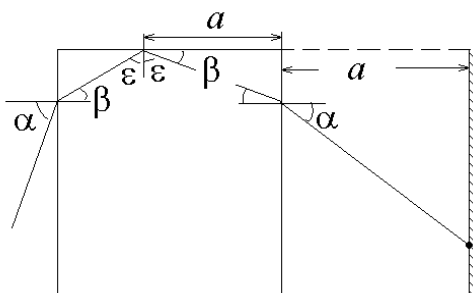
Если угол падения γ уменьшить до 30° , то угол ϵ будет больше угла полного внутреннего отражения

Убедимся в этом:

$$n \sin \epsilon_{\max} = \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \epsilon_{\max} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,3} = 0,769$$

$$\text{С другой стороны } \sin \epsilon = \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} = \sqrt{1 - \frac{0,5^2}{1,3^2}} = \sqrt{1 - 0,148} = 0,923 > \sin \epsilon_{\max}$$

Таким образом от верхней грани луч отразится и упадёт на правую грань, а далее на стену.



Как видно из рисунка расположение самого яркого пятна на стене относительно уровня горизонтальной грани пластины будет равно

$$h_2 = a \operatorname{tg} \beta + a \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\frac{\sin \alpha}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{0,5}{\sqrt{1,3^2 - 0,5^2}} = \frac{0,5}{1,2} = 0,417$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577$$

$$h_2 = 20 \cdot 0,417 + 20 \cdot 0,577 \approx 20 \text{ см}$$

Пятно сместилось на 30 см вниз.



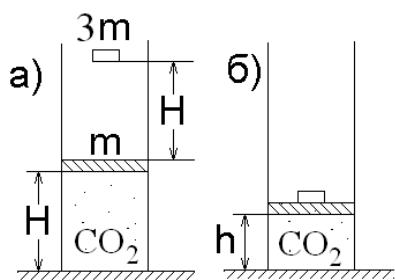
ФГБОУ ВО
«Тульский государственный университет»

Олимпиада школьников
«НАСЛЕДНИКИ ЛЕВШИ» по физике
2019/20



Заключительный
этап
11 класс

Вариант II



1. В теплоизолированном цилиндре, герметично закрытом теплопроводящим поршнем массы m и площадью сечения S , находится некоторое количество углекислого газа. Вне сосуда давление равно нулю, а поршень находится в равновесии на некоторой высоте H над дном цилиндра. Сверху с такой же высоты H над поршнем отпускают большой пластилиновый

брусочек массы $3m$, который абсолютно неупруго соударяется с поршнем и прилипает к нему.

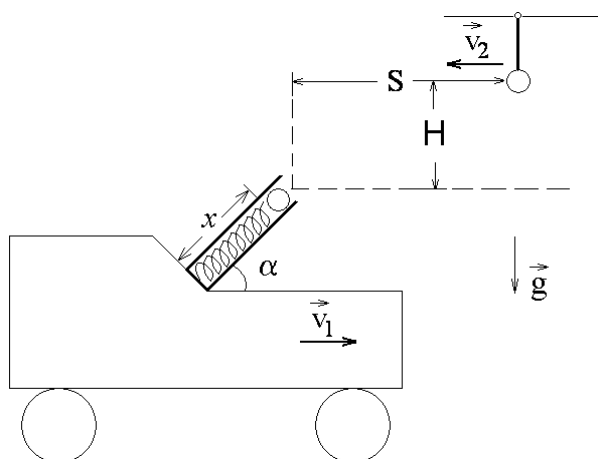
Вопрос 1. Во сколько раз уменьшилась высота поршня над дном цилиндра в новом положении равновесия?

Вопрос 2. На сколько процентов изменилась температура углекислого газа?

Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

Замечание: внутренняя энергия углекислого газа определяется по формуле

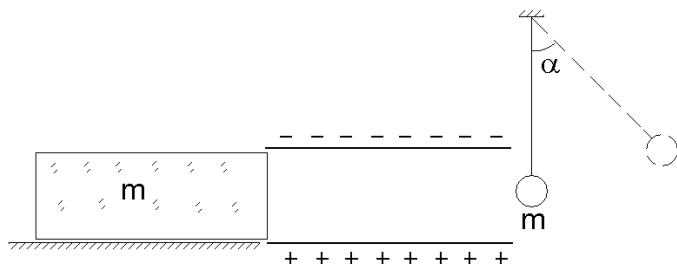
$$U = 3\nu RT$$



2. Пятилетнему Андрею купили на день рождения игрушечный тир, в комплект которого входила тяжёлая модель танка и мишень, которая могла двигаться по натянутой под потолком горизонтальной струне со скоростью $V_2 = 40$ см/с с помощью специального механизма. Пушка танка могла изменять угол α наклона к горизонту и выстреливать маленький шарик массой $m = 20$ г с помощью пружины с жёсткостью 400 Н/м и 4 см длины. Андрей зарядил пушку, сжав пружину практически до нулевой длины, измерил высоту от уровня вылета шарика из пушки до мишени $H = 35$ см и запустил механизм движения мишени. Затем он стал двигать танк с постоянной скоростью $V_1 = 10$ см/с. На каком горизонтальном расстоянии от мишени должен вылететь шарик из пушки, чтобы попасть в мишень, если угол наклона пушки к горизонту $\alpha = 45^\circ$? Со-

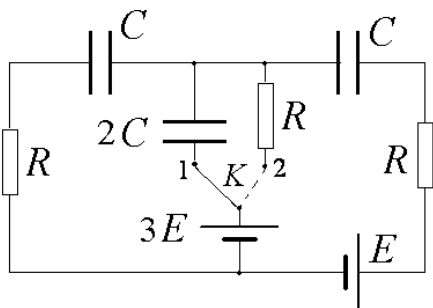
рядил пушку, сжав пружину практически до нулевой длины, измерил высоту от уровня вылета шарика из пушки до мишени $H = 35$ см и запустил механизм движения мишени. Затем он стал двигать танк с постоянной скоростью $V_1 = 10$ см/с. На каком горизонтальном расстоянии от мишени должен вылететь шарик из пушки, чтобы попасть в мишень, если угол наклона пушки к горизонту $\alpha = 45^\circ$? Со-

противлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения принять за $g = 10 \text{ м/с}^2$. Мишень движется в плоскости полёта шарика.



3. Две горизонтальные металлические пластины зарядили одинаковым по модулю и разным по знаку зарядом q . Ёмкость получившегося воздушного конденсатора оказалась равной $C = 20 \text{ мФ}$. На его входе поместили диэлектрическую пластину, которая может заполнить все про-

странство между пластинами. Масса пластины $m = 50 \text{ г}$, а диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 2$. На выходе конденсатора повесили маленький шарик такой же массы $m = 50 \text{ г}$ на нити длиной $L = 1 \text{ м}$. Когда пластину отпустили, она была втянута электрическим полем конденсатора, приобрела максимальную скорость и в этот момент столкнулась с шариком. После центрального абсолютно упругого удара шарик начал движение, а натяжение нити уменьшилось в 2 раза при движении шарика до остановки. Чему равен заряд на пластинах? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь. Принять ускорение свободного падения за $g = 10 \text{ м/с}^2$.

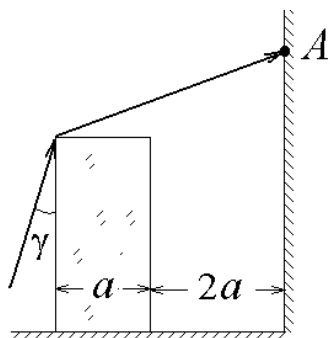


4. В электрической схеме два одинаковых конденсатора ёмкостью C , один конденсатор ёмкостью $2C$, три одинаковых резистора с сопротивлением $R = 5 \text{ Ом}$ и два идеальных источника с ЭДС $E = 2 \text{ В}$ и $3E = 6 \text{ В}$. Ключ K переключают из положения 1 в положение 2, как показано на рисунке. В результате переключения в цепи устанавливаются новые пара-

метры.

Определите:

- 1) во сколько раз заряд, прошедший через левый резистор, отличается от заряда, прошедшего через правый резистор в процессе установления равновесия и в каком направлении прошёл заряд по резисторам?
- 2) чему равна ёмкость C , если в схеме выделилось 625 мкДж тепла?

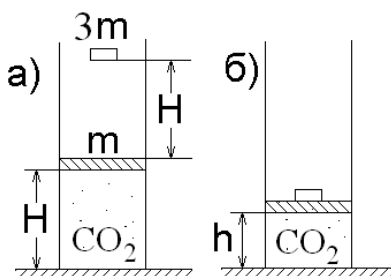


5. На расстоянии $2a$ от стены поместили стеклянную пластину в виде прямоугольного параллелепипеда ширины a так, что ее боковые грани параллельны стене. Под углом $\gamma = 30^\circ$ к вертикали идёт луч света и попадает чуть ниже верхнего ребра пластины. Прошедшие сквозь стекло лучи дают несколько изображений на стене из-за множественных отражений внутри пластины. Если угол между лучом и вертикалью станет 60° , то самое светлое пятно на стене

сместится вниз на $h = 233$ мм. Чему равна ширина пластины a ?
Показатель преломления стекла принять равным $n = 1,3$.

Решения заданий

Задание 1



В теплоизолированном цилиндре, герметично закрытом теплопроводящим поршнем массы m и площадью сечения S , находится некоторое количество углекислого газа. Вне сосуда давление равно нулю, а поршень находится в равновесии на некоторой высоте H над дном цилиндра. Сверху с такой же высоты H над поршнем отпускают большой пластилиновый брусок массы $3m$, который абсолютно неупруго соударяется с поршнем и прилипает к нему.

Вопрос 1. Во сколько раз уменьшилась высота поршня над дном цилиндра в новом положении равновесия?

Вопрос 2. На сколько процентов изменилась температура углекислого газа?

Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

Замечание: внутренняя энергия идеального двухатомного газа определяется по формуле $U = 3\nu RT$

Решение:

Давление гелия $P_0 = \frac{mg}{S}$ Па.

В новом положении равновесия $P = \frac{4mg}{S} = 4P_0$.

Перед ударом скорость бруска $V = \sqrt{2gH}$

Из закона сохранения импульса скорость поршня с бруском $V_0 = \frac{mV}{4m} = \frac{V}{4}$.

По закону изменения энергии найдём работу газа над поршнем с бруском:

$$A = \Delta E = 0 - \left(\frac{4m(V/4)^2}{2} + 4mg(H-h) \right) = - \left(\frac{mgH}{4} + 4mg(H-h) \right) = -mg \left(\frac{17}{4}H - 4h \right) \quad (1)$$

Так как сосуд теплоизолирован, то газ не получал и не отдавал тепло. По 1-му началу термодинамики

$$A = -\Delta U = -3\nu R(T - T_0)$$

Из уравнений Менделеева-Клапейрона

$$P_0 SH = \nu RT_0$$

$$4P_0 Sh = \nu RT$$

следует, что $\frac{T}{T_0} = \frac{4h}{H} \Rightarrow T = T_0 \frac{4h}{H}$ и

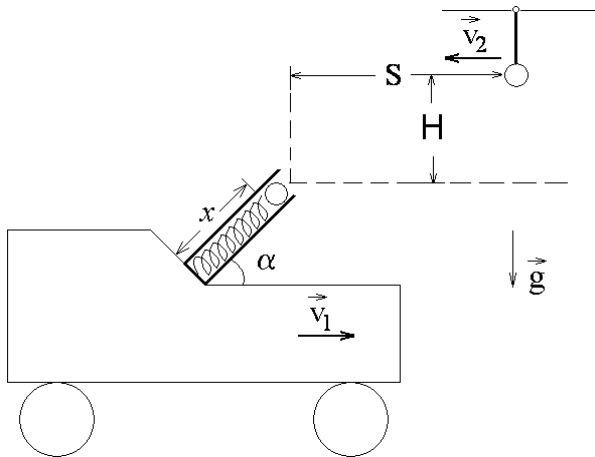
$$A = -3\nu RT_0 \left(\frac{4h}{H} - 1 \right) = -3P_0 SH \left(\frac{4h}{H} - 1 \right) = -3mg(4h - H) \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2) : $mg\left(\frac{17}{4}H - 4h\right) = mg(12h - 3H)$, найдём новую высоту

$h = \frac{29H}{64}$, которая уменьшилась в $\frac{64}{29} = 2,2$ раза

$\frac{T}{T_0} = \frac{4h}{H} = \frac{4}{2,2} = 1,8$. Температура увеличилась на 80%.

Задание 2



Пятилетнему Андрею купили на день рождения игрушечный тир, в комплект которого входила тяжёлая модель танка и мишень, которая могла двигаться по натянутой под потолком горизонтальной струне со скоростью $V_2 = 40$ см/с с помощью специального механизма. Пушка танка могла изменять угол α наклона к горизонту и выстреливать маленький шарик массой $m = 20$ г с помощью пружины с жёсткостью 400 Н/м и 4 см длины. Андрей заря-

дил пушку, сжав пружину практически до нулевой длины, измерил высоту от уровня вылета шарика из пушки до мишени $H = 35$ см и запустил механизм движения мишени. Затем он стал двигать танк с постоянной скоростью $V_1 = 10$ см/с. На каком горизонтальном расстоянии от мишени должен вылететь шарик из пушки, чтобы попасть в мишень, если угол наклона пушки к горизонту $\alpha = 45^\circ$. Сопротивлением воздуха пренебrecь, ускорение свободного падения принять за $g = 10$ м/с². Мишень движется в плоскости полёта шарика.

Решение:

Перейдём в инерциальную систему отсчёта, связанную с танком. В этой системе танк покоится, а мишень движется против движения танка со скоростью $V_3 = V_1 + V_2 = 40 + 10 = 50$ см/с.

Скорость шарика при выстреле найдём из закона сохранения энергии

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow V_0 = x\sqrt{\frac{k}{m}} = 0,04 \cdot \sqrt{\frac{400}{0,02}} = 5,66 \text{ м/с}$$

Найдём время, через которое шарик окажется на одной высоте с мишенью

$$H = V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad \text{или} \quad \frac{g}{2}t^2 - x \sin \alpha \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + H = 0$$

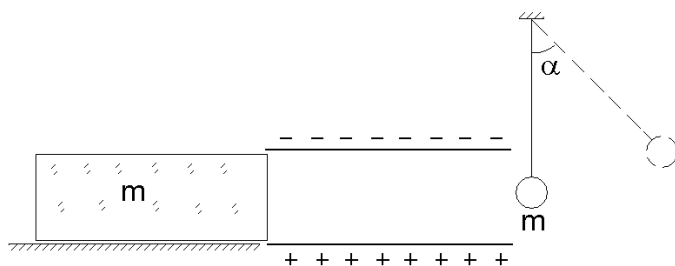
$$D = \frac{kx^2}{m} \sin^2 \alpha - 2gH = \frac{400 \cdot 0,04^2}{0,02} \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 10 \cdot 0,35 = 16 - 7 = 9$$

$$t = \frac{4 \pm 3}{10} = 0,1 \quad \text{и} \quad 0,7 \text{ с}$$

за это время шарик успел пройти по горизонтали путь $S_1 = V_0 \cos \alpha \cdot t = 5,66 \cdot 0,707 \cdot 0,1 \approx 0,4$ м или $S_1 = 5,66 \cdot 0,707 \cdot 0,7 = 2,8$ м. Второй вариант маловероятен, так как размеры игрушечного тира не могут быть такими большими. Выбираем первое время $t = 0,1$ с. За

это время мишень успела пройти путь $S_2 = V_3 \cdot t = 0,5 \cdot 0,1 = 0,05$ м . При выстреле расстояние до мишени было равно $S = S_1 + S_2 = 0,4 + 0,05 = 0,45$ м

Задание 3



Две горизонтальные металлические пластины зарядили одинаковым по модулю и разным по знаку зарядом q . Емкость получившегося воздушного конденсатора оказалась равной $C = 20$ мФ. На его входе поместили диэлектрическую пластину, которая может заполнить все пространство

между пластинами. Масса пластины $m = 50$ г, а диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 2$. На выходе конденсатора повесили маленький шарик такой же массы $m = 50$ г на нити длиной $L = 1$ м. Когда пластину отпустили, она была втянута электрическим полем конденсатора, приобрела максимальную скорость и в этот момент столкнулась с шариком. После центрального абсолютно упругого удара шарик начал движение, а натяжение нити уменьшилось в 2 раза при движении шарика до остановки. Чему равен заряд на пластинах? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь. Принять ускорение свободного падения за $g = 10$ м/с².

Решение:

В отсутствие трения и сопротивления не выделяется тепло, а значит сохраняется

энергия системы пластина-конденсатор. $\frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\varepsilon C} + \frac{mV^2}{2}$

Находим кинетическую энергию пластины в момент полного заполнения пространства между пластинами. $\frac{mV^2}{2} = \frac{q^2}{2C} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$.

При ударе о шарик такой же массы можно доказать с помощью законов сохранения энергии и импульса, что пластина остановится, а шарик полетит дальше с такой же скоростью.

Вся кинетическая энергия шарика перейдет в его потенциальную энергию

$$\frac{mV^2}{2} = mgL(1 - \cos \alpha)$$

Чтобы найти $\cos \alpha$, воспользуемся вторым законом Ньютона, записанным в проекции на центростремительную ось для двух положений:

$$\text{для нижнего } T_1 - mg = m \frac{V^2}{L} = 2mg(1 - \cos \alpha) \Rightarrow T_1 = mg + 2mg(1 - \cos \alpha)$$

$$\text{для верхнего } T_2 - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow T_2 = mg \cos \alpha$$

$$\text{Из условия } T_1 = 2T_2 \Rightarrow mg + 2mg(1 - \cos \alpha) = 2mg \cos \alpha \Rightarrow 3mg = 4mg \cos \alpha$$

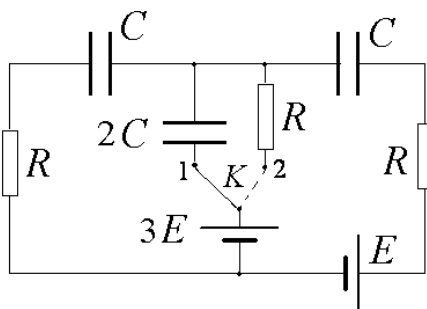
Таким образом $\cos \alpha = 0,75$

$$\text{Из равенства } \frac{mV^2}{2} = mgL(1 - \cos \alpha) = \frac{q^2}{2C} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

можно найти заряд q

$$q = \sqrt{\frac{2CmgL(1 - \cos \alpha)}{(1 - 1/\varepsilon)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,02 \cdot 0,05 \cdot 10 \cdot 0,25}{0,5}} = 0,1 \text{ Кл}$$

Задание 4

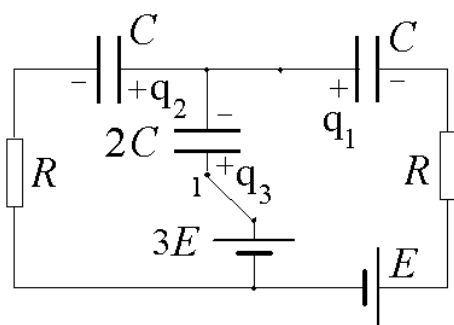


В электрической схеме два одинаковых конденсатора ёмкостью C , один конденсатор ёмкостью $2C$, три одинаковых резистора с сопротивлением $R = 5$ Ом и два идеальных источника с ЭДС $E = 2$ В и $3E = 6$ В. Ключ K переключают из положения 1 в положение 2, как показано на рисунке. Через некоторое время наступает новое установившееся состояние.

- 1) Во сколько раз заряд, прошедший через левый резистор, отличается от заряда, прошедшего через правый резистор за это время? В каком направлении прошёл заряд по резисторам?
- 2) Чему равна ёмкость C , если в схеме выделилось 625 мкДж тепла?

Решение:

Найдём начальные заряды на конденсаторах, используя правила Кирхгофа и закон сохранения заряда:



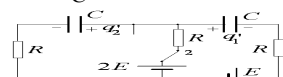
$$3E - E = \frac{q_3}{2C} + \frac{q_1}{C} \Rightarrow q_1 = 2EC - \frac{q_3}{2}$$

$$q_2 + q_1 - q_3 = 0 \Rightarrow$$

$$3EC - \frac{q_3}{2} + 2EC - \frac{q_3}{2} - q_3 = 0 \Rightarrow q_3 = 2,5EC, q_1 = 0,75EC; q_2 = 1,75EC$$

Далее аналогично:

$$3E = \frac{q_2}{C} \Rightarrow q_2 = 3EC$$



Через левый резистор прошёл заряд $q_2' - q_2 = 3EC - 1,75EC = 1,25EC$ сверху вниз
Через правый резистор прошёл заряд

$$q_1' - q_1 = 2EC - 0,75EC = 1,25EC \text{ сверху вниз}$$

Через источник $3E$ прошёл заряд снизу вверх, равный сумме этих зарядов, т.е. $2,5EC$. Работа этого источника равна $A_1 = \Delta q \cdot 3E = 7,5E^2C$

Через источник E заряд $1,25EC$ прошёл справа налево и работа этого источника равна $A_2 = -1,25E^2C$

$$A_1 + A_2 = \Delta W + Q$$

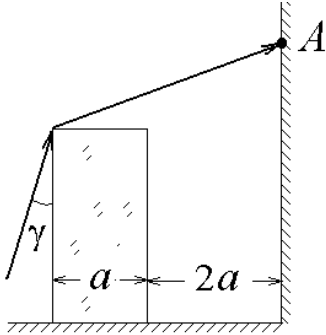
$$\Delta W = \frac{q_1'^2}{2C} + \frac{q_2'^2}{2C} - \left(\frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{2C} \right) = \frac{4E^2C}{2} + \frac{9E^2C}{2} - \left(\frac{0,5625E^2C}{2} + \frac{3,0625E^2C}{2} \right) = 4,6875E^2C$$

$$Q = A_1 + A_2 - \Delta W = 7,5E^2C - 1,25E^2C - 4,6875E^2C = 1,5625E^2C \text{ отсюда найдём } C$$

$$C = \frac{Q}{1,5625E^2} = \frac{625}{1,5625 \cdot 2^2} = 100 \text{ мкФ}$$

Ответ: 1) одинаковый заряд; 2) $Q = 1$ мкДж

Задание 5

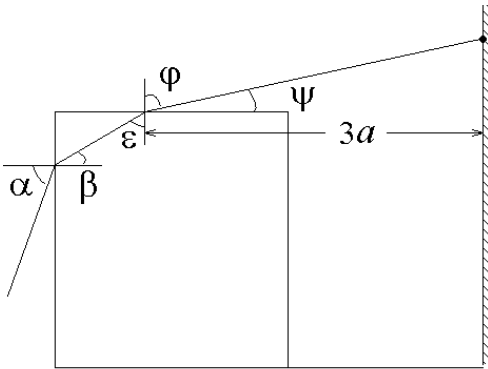


На расстоянии $2a$ от стены поместили стеклянную пластину в виде прямоугольного параллелепипеда ширины a так, что ее левая грань параллельна стене. Под углом $\gamma = 30^\circ$ к вертикали идет луч света и попадает чуть ниже ребра. Прошедшие сквозь стекло лучи дают несколько изображений на стене из-за множественных отражений внутри пластины. Если угол между лучом и вертикалью станет 60° , то самое светлое пятно на стене сместится вниз на $h = 233$ мм.

Чему равна ширина пластины a ?

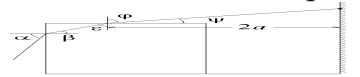
Показатель преломления стекла принять равным $n = 1,3$.

Решение:



Рассмотрим в увеличенном масштабе место падения луча на грань. Обозначим угол падения $\alpha = 90^\circ - \gamma = 60^\circ$ к нормали. Угол преломления β . Угол падения на горизонтальную грань $\varepsilon = 90^\circ - \beta$ и угол преломления φ . Угол между лучом и горизонтом $\psi = 90^\circ - \varphi$

Запишем законы преломления



$$n \sin(90^\circ - \beta) = \sin \varphi = \cos \psi \Rightarrow \cos \psi = n \cos \beta = n \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \psi} - 1} = \sqrt{\frac{1}{n^2 - \sin^2 \alpha} - 1} = \sqrt{\frac{1}{1,3^2 - 0,75} - 1} = \sqrt{0,0638} \approx 0,253.$$

Найдем высоту самого яркого светового пятна на стене над уровнем верхней грани пластины.

$$h_1 = 3a \cdot \operatorname{tg} \psi = 3a \cdot 0,253 \approx 0,759a.$$

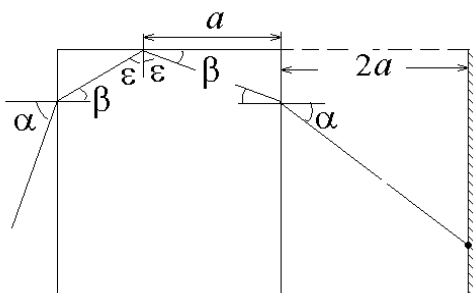
Если угол падения γ уменьшить до 30° , то угол ε будет больше угла полного внутреннего отражения

Убедимся в этом:

$$n \sin \varepsilon_{\max} = \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \varepsilon_{\max} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,3} = 0,769$$

$$\text{С другой стороны } \sin \varepsilon = \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} = \sqrt{1 - \frac{0,5^2}{1,3^2}} = \sqrt{1 - 0,148} = 0,923 > \sin \varepsilon_{\max}$$

Таким образом от верхней грани луч отразится и упадет на правую грань, а далее на стену.



Как видно из рисунка расположение самого яркого пятна на стене относительно уровня горизонтальной грани пластины будет равно



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha / n}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n^2}} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{0,5}{\sqrt{1,3^2 - 0,5^2}} = \frac{0,5}{1,2} = 0,417$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577$$

$$h_2 = a \cdot 0,417 + 2a \cdot 0,577 = 1,571a$$

Общее смещение вниз составляет $h = h_1 + h_2 = 0,759a + 1,571a = 2,33a$. Отсюда находим ширину пластины

$$a = \frac{h}{2,33} = \frac{233}{2,33} = 100 \text{ мм} = 10 \text{ см}$$